Var.
348
t(304

Natur und Geisteswelt
wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen

A. v. Ihering

Die Mechanik
der flüssigen Körper

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig

Var. 348 t 1304

Ein vollständiges Verzeichnis der Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt" befindet sich am Schluß dieses Bandes.

Die Sammlung
„Aus Natur und Geisteswelt"

verdankt ihr Entstehen dem Wunsche, an der Erfüllung einer bedeutsamen sozialen Aufgabe mitzuwirken. Sie soll an ihrem Teil der unserer Kultur aus der Scheidung in Kasten drohenden Gefahr begegnen helfen, soll dem Gelehrten es ermöglichen, sich an weitere Kreise zu wenden, und dem materiell arbeitenden Menschen Gelegenheit bieten, mit den geistigen Errungenschaften in Fühlung zu bleiben. Der Gefahr, der Halbbildung zu dienen, begegnet sie, indem sie nicht in der Vorführung einer Fülle von Lehrstoff und Lehrsätzen oder etwa gar unerwiesenen Hypothesen ihre Aufgabe sucht, sondern darin, dem Leser Verständnis dafür zu vermitteln, wie die moderne Wissenschaft es erreicht hat, über wichtige Fragen von allgemeinstem Interesse Licht zu verbreiten, und ihn dadurch zu einem selbständigen Urteil über den Grad der Zuverlässigkeit jener Antworten zu befähigen.

Es ist gewiß durchaus unmöglich und unnötig, daß alle Welt sich mit geschichtlichen, naturwissenschaftlichen und philosophischen Studien befasse. Es kommt nur darauf an, daß jeder an einem Punkte die Freiheit und Selbständigkeit des geistigen Lebens gewinnt. In diesem Sinne bieten die einzelnen, in sich abgeschlossenen Schriften eine Einführung in die einzelnen Gebiete in voller Anschaulichkeit und lebendiger Frische.

In den Dienst dieser mit der Sammlung verfolgten Aufgaben haben sich denn auch in dankenswertester Weise von Anfang an die besten Namen gestellt. Andererseits hat dem der Erfolg entsprochen, so daß viele der Bändchen bereits in neuen Auflagen vorliegen. Damit sie stets auf die Höhe der Forschung gebracht werden können, sind die Bändchen nicht wie die anderer Sammlungen stereotypiert, sondern werden — was freilich die Aufwendungen sehr wesentlich erhöht — bei jeder Auflage durchaus neu bearbeitet und völlig neu gesetzt.

So sind denn die schmucken, gehaltvollen Bände durchaus geeignet, die Freude am Buche zu wecken und daran zu gewöhnen, einen kleinen Betrag, den man für Erfüllung körperlicher Bedürfnisse nicht anzusehen pflegt, auch für die Befriedigung geistiger anzuwenden. Durch den billigen Preis ermöglichen sie es tatsächlich jedem, auch dem wenig Begüterten, sich eine kleine Bibliothek zu schaffen, die das für ihn Wertvollste „Aus Natur und Geisteswelt" vereinigt.

Die meist reich illustrierten Bändchen sind
in sich abgeschlossen und einzeln käuflich.

Ausführlicher illustrierter Katalog unentgeltlich.

Leipzig. **B. G. Teubner.**

Bayerische Staatsbibliothek
<36649716830010

Aus Natur und Geisteswelt
Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen
304. Bändchen

Die Mechanik

der festen, flüssigen und gasförmigen Körper

II. Teil

Die Mechanik der flüssigen Körper

Von

Albrecht von Ihering

Geheimem Regierungsrat

Mit 34 Textabbildungen

Bayerische Handelsbank
Bibliothek.

Druck und Verlag von B. G. Teubner in Leipzig 1912

765/17
Wbg 1671431

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Copyright 1911 by B. G. Teubner in Leipzig.

Alle Rechte, einschließlich des Übersetzungsrechts, vorbehalten.

Vorwort.

Wie bereits im Vorwort zum 1. Bändchen dieser Darstellungen der Mechanik ausgeführt ist, muß in einem Leitfaden der „Mechanik", welcher in dem beschränkten Umfange von kaum mehr als hundert Seiten den gebildeten Laien in dieses schwierige und vielseitige Wissensgebiet einführen soll, von vornherein darauf verzichtet werden, etwas Erschöpfendes oder Vollständiges zu bringen. Vielmehr kann ein solches Büchlein nur den Zweck verfolgen wollen, die wichtigsten Grundsätze der Mechanik aufzuführen, dieselben an Anwendungsbeispielen recht deutlich zur Anschauung zu bringen und an einfachen Berechnungen zu zeigen, wie die Hauptgleichungen, in welchen sich die wichtigsten Lehrsätze ausdrücken lassen, zur Anwendung zu bringen sind.

Wenn daher auch nur diejenigen Kenntnisse der Mathematik vorausgesetzt sind, wie sie der Absolvent der Gymnasien oder Realanstalten erwirbt, so war es trotzdem möglich, mit diesen Hilfsmitteln die meisten Probleme der Hydraulik zu erklären und in mathematische Form zu kleiden.

Da das Studium der Mechanik namentlich für angehende Techniker von größtem Wert ist, so sind auch hier, wie im 1. Bändchen viele Beispiele aus dem Gebiete der Technik gewählt, so z. B. bei den hydraulischen Pressen, bei den Ausflußerscheinungen, bei den Pumpen usw.

In einem dritten Abschnitt sind die wichtigsten Anwendungen der Hydraulik in der Technik, und zwar die Maschinen zur Wasserförderung, die Pumpen, und die Maschinen zur Wasserkraftausnutzung, die Wasserkraftmaschinen, kurz besprochen, während wegen ausführlicherer Orientierung auf das bereits in dieser Sammlung erschienene Bändchen des Verfassers über „Wasserkraftmaschinen" und auf ein demnächst erscheinendes Bändchen über „Pumpen" verwiesen werden muß.

Gießen, den 6. September 1911.

A. von Ihering.

Inhalt.

I. Teil.

Die Statik der flüssigen Körper oder Hydrostatik.

Seite

Einleitung 1

1. Kapitel. Vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten in Gefäßen 3
   1. Das spezifische Gewicht . 3
   2. Die hydraulische Presse . 11
   3. Der Seitendruck . . . 15
   4. Die kommunizierenden Gefäße 23
2. Kapitel. Das Schwimmen fester Körper in Flüssigkeiten 28
   1. Die Lehre vom Auftrieb 28
   2. Das Schwimmen der Körper auf Flüssigkeiten . . 31
   3. Das Aräometer 35
   4. Die Stabilität schwimmender Körper 40
   5. Das Schwimmen unter Wasser 45

II. Teil.

Die Dynamik der flüssigen Körper oder Hydraulik.

Einleitung 47

1. Kapitel. Der Ausfluß von Flüssigkeiten aus Gefäßen. 48
   1. Abfluß- und Zufluß-menge sind gleich . . . 48
   2. Abflußmenge größer als Zuflußmenge 51
   3. Abflußmenge kleiner als Zuflußmenge 53
   4. Abfluß ohne Zufluß . 55
   5. Ausfluß aus Seitenöffnungen 59
   6. Ausfluß in kommunizierenden Gefäßen. . . . 60
2. Kapitel. Die Bewegung von Flüssigkeiten durch Rohrleitungen 63
   1. Leitungen mit unveränderlichem Querschnitt . 64
   2. Leitungen mit allmählich veränderlichem Querschnitt 65
   3. Leitungen mit plötzlichen Querschnittsänderungen. 74
3. Kapitel. Die Bewegung von Flüssigkeiten in offenen Kanälen. — Die Wassermessung 75
4. Kapitel. Die hydraulischen Widerstandskoeffizienten . 85
   1. Der Kontraktionskoeffizient 86
   2. Der Ausflußkoeffizient . 86
   3. Der Reibungskoeffizient. 87

III. Teil.

Anwendungen.

1. Kapitel. Die Bewegung der Flüssigkeiten durch Maschinen; Pumpen 91
   1 Allgemeines 91
   2. Die Wirkungsweise des Wassers in den Pumpen; Berechnung ihrer Leistung 93
2. Kapitel. Die Bewegung von Maschinen durch Flüssigkeiten; Wasserkraftmaschinen 103
   1. Allgemeines 103
   2. Die Wirkungsweise des Wassers in den Wasserkraftmaschinen 104
   3. Einteilung der Wasserkraftmaschinen . . . 107
   4. Arbeitsleistung der Wasserkraftmaschinen . . 107

Sachregister 111

Bayerische
Staatsbibliothek
München

I. Teil.

Die Statik der flüssigen Körper oder Hydrostatik.

Einleitung.

Nach der Verschiedenheit des Zusammenhanges ihrer Teile oder Moleküle, d. h. ihres Aggregatzustandes lassen sich bekanntlich alle Körper in drei Klassen einteilen, in die festen, flüssigen und gasförmigen Körper.

Wie in der Einleitung zum I. Bande[1]), der Mechanik der festen Körper, ausgeführt ist, zerfällt demgemäß auch die Mechanik in drei Hauptteile, in die Mechanik der festen Körper, diejenige der flüssigen Körper oder Hydromechanik und diejenige der luft- oder gasförmigen Körper, die Aeromechanik, deren jede wieder in 2 Hauptgruppen geteilt wird, je nachdem man die Gesetze untersuchen will, nach welchen die Körper im Gleichgewicht sind, welche in der Statik behandelt werden, oder diejenigen Gesetze, nach welchen die Bewegungen der Körper erfolgen, welche in der Dynamik behandelt werden.

Man hat also folgende Einteilung[2]):

1. Mechanik der festen Körper, Geomechanik[3])
   a) Geostatik oder Statik schlechthin
   b) Geodynamik oder Dynamik schlechthin
2. Mechanik der flüssigen Körper, Hydromechanik[4]), Hydraulik
   a) Hydrostatik
   b) Hydrodynamik oder spezielle Hydraulik
3. Mechanik der gasförmigen Körper, Aeromechanik[5])
   a) Aerostatik
   b) Aerodynamik.

---

1) A. N. u. G. Bd. 303.
2) S. Bd. I, Mechanik, Nr. 303 dieser Sammlung: Aus Nat. u. G.-Welt. S. 2.
3. Nach dem griechischen Worte γηα — Gäa — die Erde.
4. Nach dem griechischen Worte ὕδωρ — Hydor — das Wasser.
5. Nach dem griechischen Worte ἀηρ — Aär — die Luft.

Während nun aber die festen Körper eine bestimmte Gestalt oder äußere Form haben, welche durch ihre räumlichen Abmessungen, also ihre Breite, Länge und Höhe bestimmt ist, besitzen die flüssigen und auch die gasförmigen Körper eine solche nicht. Während ein fester Körper nur durch eine bestimmte, je nach der Härte des Körpers wesentlich verschiedene Kraft aus seiner ursprünglichen Form in eine andere übergeführt werden, oder in kleinere Teile zerlegt, zerteilt oder *zerkleinert* werden kann, „zerfließen" die flüssigen Körper von selbst, d. h. der Zusammenhang der einzelnen Teile (Moleküle „Tropfen") ist ein so loser, daß schon die kleinste äußere Kraft imstande ist, eine Verschiebung der Flüssigkeitsteilchen gegeneinander, also eine Formveränderung des Körpers zu bewirken. Aus diesem Grunde können die Flüssigkeiten nur in festen Hohlkörpern oder *Gefäßen* zusammengehalten werden, und sind daher bei allen Untersuchungen, welche über das Gleichgewicht und die Bewegung der flüssigen Körper anzustellen sind, immer notwendigerweise die Wechselbeziehungen zwischen den Flüssigkeiten und ihren Umgebungen oder ihren Gefäßen, in welchen sie „gefaßt" sind, zu betrachten.

Ein ähnliches Verhalten zeigen die gasförmigen Körper, auf welche jedoch hier, da sie in einem besonderen Teile, dem III. Bd. der Mechanik, werden behandelt werden, nicht weiter eingegangen werden soll.

Für die meisten Untersuchungen der Hydromechanik wird, wie es auch schon aus dem Worte hervorgeht, das *Wasser* als Repräsentant aller flüssigen Körper angesehen In solchen Fällen, wo hiervon abgewichen werden muß, wird dies besonders hervorgehoben werden.

Wie im I. Bande der Mechanik ausgeführt ist, wirkt auf alle Körper der Erde ganz gleichmäßig die *Anziehungskraft der Erde* oder die *Schwerkraft*.

Da, wie oben ausgeführt ist, jede noch so kleine, auf eine Flüssigkeit ausgeübte Kraft eine Form- also auch Lagenänderung und Bewegung der Flüssigkeit bewirkt, so geht hieraus sofort hervor, daß eine Flüssigkeit nur dann im *Gleichgewichtszustand* sein kann, wenn auf sie keine anderen äußeren Kräfte, als nur die Schwerkraft wirkt. Die Hydrostatik hat sich daher nur mit dem Verhalten der Flüssigkeiten unter dem Einfluß der Schwerkraft zu beschäftigen, da sie nur das Gleichgewicht, nicht aber die Bewegung der Flüssigkeiten zu untersuchen hat.

1. Kapitel.

Vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten in Gefäßen.

1. Das spezifische Gewicht.

Wird ein Gefäß A, Fig. 1 mit einer bestimmten Menge einer Flüssigkeit, z. B. Wasser[1]) gefüllt, so nimmt dabei das Gesamtgewicht des Gefäßes zu. Es sei z. B. vorausgesetzt, daß das Gefäß auf der Brücke BB einer Dezimalwage[2]) stehe und daß das Wasser von oben her allmählich eingegossen würde. Nimmt man ferner an, daß das Einfüllen absatzweise und mit Zwischenpausen geschehe, daß also in bestimmten Zeiten bestimmte, gleich große Mengen Wasser, z. B. jedesmal 1 Liter Wasser eingefüllt werde, so wird nach dem erstmaligen Einfüllen das Wasser im Gefäß eine niedrige Schicht z. B. von der Höhe x bilden. Nimmt man ferner an, daß das Gefäß von kreisförmigem Querschnitt sei, so ist der Querschnitt F, wenn D den Durchmesser in m bezeichnet,

$$F = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \text{ qm}.$$

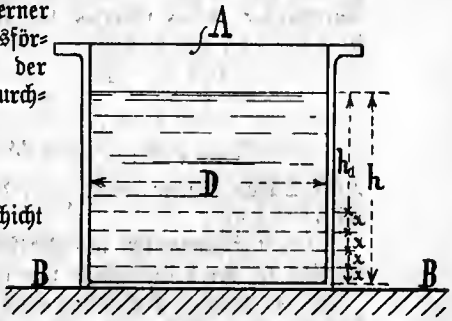


Fig. 1. Bodendruck bei zylindrischen Gefäßen.

Der Inhalt J_1 der untersten Schicht ist somit, da die Oberfläche des Wassers in allen Teilen horizontal oder wagrecht steht, bei ebener Bodenfläche und genau wagrechter Aufstellung des Gefäßes, gleich dem Inhalt eines Zylinders von der Höhe x, also

$$J_1 = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot x.$$

Um nun noch das Gewicht G_1 dieser Wassermenge zu berechnen, ist es erforderlich, das Gewicht der Volumeneinheit desselben zu kennen. Man nennt nun dieses Gewicht der Volumeneinheit das spezifische Gewicht, γ, des Wassers. Dasselbe ist durch internationale Vereinbarungen festgestellt worden, indem man das Gewicht[3]), welches ein Kubikdezimeter (cbdm, Liter) reinen Wassers im

1) Als Repräsentant der Flüssigkeiten soll für die folgenden Untersuchungen, wenn nichts anderes ausdrücklich bemerkt ist, das Wasser angenommen werden.

2) S. Bd. I, Mechanik, S. 18.

3) S. Bd. I, Mechanik der festen Körper. S. 41.

Zustand seiner größten Dichtigkeit, d. h. bei 4° C, unter 45° Breite im Meeresniveau und im luftleeren Raum besitzt, als Gewichtseinheit angenommen und als 1 Kilogramm bezeichnet hat.

Man hat demnach folgende Beziehungen:

Ist G_1 das absolute Gewicht und J_1 der Inhalt oder das Volumen des obigen Cylinders, so ist

$$G_1 = J_1 \cdot \gamma = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot x \cdot \gamma.$$

Da oben angenommen war, daß die Einfüllung in das Gefäß jedesmal 1 Liter betragen solle, so ergibt sich hieraus sofort

$$J_1 = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot x = 1 \text{ cbdm},$$

woraus sich die Höhe x der Wasserschicht berechnen läßt, wenn der Durchmesser D des Gefäßes bekannt ist. Angenommen derselbe sei 1 m = 10 dm, so folgt

$$\frac{D^2 \pi}{4} \cdot x = \frac{10^2 \pi}{4} \cdot x = 1, \quad \text{und daraus}$$

$$x = \frac{4}{10^2 \cdot \pi} = \frac{4}{314{,}15} = 0{,}0127 \text{ dm} = 1{,}27 \text{ mm}.$$

Diese Schicht Wasser wiegt nun, da der Inhalt 1 Liter beträgt, bei 4° C 1 kg.

Zu dem Eigengewicht des Gefäßes G_0 kommt also jetzt noch das Gewicht G_1 der Wasserschicht von der Höhe x hinzu.

Bei der nächsten Einfüllung eines Liters steigt der Wasserspiegel wieder um die Höhe x, bei jeder nächstfolgenden ebenso, man erhält also schließlich eine Wassersäule, welche sich aus den einzelnen Schichten x von der Höhe 1,27 mm und je einem Gewicht von 1 kg zusammensetzt. Hätte man dies Verfahren z. B. 100mal wiederholt, so hätte man eine Wassersäule von der Höhe $h = 100x$ und dem Gewicht $G = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots = 100\ G_1 = 100$ kg. Das Gesamtgewicht oder Totalgewicht G_t ist dann: Eigengewicht G_0 des Gefäßes, vermehrt um das Gewicht des Wasserinhalts G_w, also

$$G_t = G_0 + G_w, \quad \text{und daraus}$$

$$G_w = G_t - G_0,$$

d. h. das Flüssigkeitsgewicht des Gefäßinhalts, oder Nettogewicht erhält man, wenn man vom Gesamtgewicht oder Bruttogewicht G_t das Gewicht des Gefäßes oder Leergewicht abzieht.

Hieraus läßt sich nun leicht der Druck ermitteln, den der Wasserinhalt auf den Boden des Gefäßes ausübt.

Die erste Schicht von der Höhe x hatte ein Gewicht von 1 kg und war der Flüssigkeitsdruck auf den Boden des Gefäßes daher gleich 1 kg, bei der zweiten Schicht war der Druck derselbe, ebenso bei jeder folgenden, d. h.

$$P = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot \gamma (x + x + x \cdots) = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \gamma \cdot \Sigma(x)^1),$$

oder da schließlich die Summe aller Einzelschichten die gesamte Wassersäule von der Höhe h ausmacht, also $\Sigma(x) = h$ ist,

$$P = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \gamma \,.\, h = J \cdot \gamma \quad \text{oder} \quad = G.$$

Hieraus ergibt sich der erste Fundamentallehrsatz der Hydrostatik, welcher lautet:

„Der Druck einer Wassersäule auf den Boden des sie aufnehmenden Gefäßes mit lotrechten Seitenwänden ist gleich dem Gewicht der auf der Bodenfläche aufruhenden Wassermenge von der Höhe der Wassersäule".

Wie weiter unten klargelegt werden wird, muß zunächst die Beschränkung auf lotrechte Seitenwände gemacht werden.

Aus dem vorstehend angeführten Lehrsatz ergeben sich folgende Weiterungen: Eine Wassersäule, welche genau 1 qm Grundfläche und 1 m Höhe besitzt, hat ein Volumen von 1 cbm Wasser und, da ein cbm 1000 Liter enthält und 1 Liter 1 kg wiegt, ein Gewicht von 1000 kg. Ebenso groß ist also auch der Druck, welchen diese Wassersäule auf die Bodenfläche des cylindrischen Gefäßes ausübt.

Denkt man sich die Höhe dieser Säule immer vergrößert, bis sie 10 Meter beträgt, so beträgt der Druck 10000 kg auf den Quadratmeter oder, da 1 m = 100 cm, also 1 qm = 100 · 100 = 10000 qcm ist, 1 kg auf 1 qcm.

Man nennt diesen Druck eine Atmosphäre, weil er dem Druck, welchen die äußere Luft auf 1 qcm ausübt, gleich ist. Man kann daher auch sagen: „Der Druck einer Atmosphäre entspricht der Höhe einer Wassersäule von 10 Metern."

Die Untersuchungen und Versuche zum Nachweis des Vorhandenseins und der Größe des atmosphärischen Luftdruckes sind von Toricelli angestellt, und wies er nach, daß der Luftdruck in einem luftleeren Rohre einer Quecksilbersäule von 76 cm = 760 mm

1) $\Sigma(x)$ = algebraische Summe aller Werte von x.

Höhe das Gleichgewicht hält. Da die spezifischen Gewichte von Wasser und Quecksilber sich wie 1 : 13,5956 verhalten, so entspricht einer Quecksilbersäule von 0,76 m eine Wassersäule (von gleicher Bodenfläche) von $0{,}76 \cdot 13{,}5956 = 10{,}333$ m. Man nennt den ersteren Wert der Atmosphäre die metrische oder neue Atmosphäre, Atm., also 1 Atm. = 1 kg/qcm = 10,00 m Wasser $= \frac{10 \cdot 1000}{13{,}5956}$ = 735,51 mm Quecksilbersäule, *QS*, den letzteren die alte Atmosphäre, also

1 alte Atm. = 10,333 m Wassersäule = 760 mm *QS*.

Das Verhältnis beider Werte zueinander ist

1 neue Atm. = 0,967777 alte Atm. und

1 alte Atm. = 1,033296 neue Atm.

Das Verhältnis der Quecksilber- und Wassersäulenhöhen zueinander ist durch das oben angegebene Verhältnis der spez. Gewichte zueinander festgestellt, also

1 mm *QS* = 13,5956 mm Wassersäule = 0,0013596 metr. Atm.

und 1 mm Wassersäule = 0,073551 mm Quecksilbersäule.[1])

Aus der obigen Gleichung

$$P = J \cdot \gamma = G$$

folgt sofort, daß für verschiedene Flüssigkeiten der Bodendruck verschieden ist, je nach dem spezifischen Gewicht der im Gefäß enthaltenen Flüssigkeit. Für Wasser war der Druck auf den qcm = 1 kg bei einer Höhe von 10 Metern, für Quecksilber entsprach dem Drucke von 1 Atm. auf 1 qcm eine Druckhöhe von 0,73551 Metern.

Es besteht also die Beziehung:

$$P_w = J \cdot \gamma_w \quad \text{und} \quad P_q = J \cdot \gamma_q, \quad \text{oder}$$

$$P_w = F \cdot \gamma_w \cdot h_w \quad \text{und} \quad P_q = F \cdot \gamma_q \cdot h_q,$$

also für gleichen Druck:

$$\gamma_w \cdot h_w = \gamma_q \cdot h_q, \quad \text{oder} \quad h_w : h_q = \gamma_q : \gamma_w,$$

d. h. die Druckhöhen zweier Flüssigkeiten von verschiedenem spez. Gewicht verhalten sich umgekehrt wie die spez. Gewichte.

Für die folgenden Flüssigkeiten sind beispielsweise die Druckhöhen und spez. Gewichte folgende:

1) Ausführliches hierüber siehe Teil III, Die Mechanik der luftförmigen Körper.

Tabelle der spezifischen Gewichte und Druckhöhen.

Flüssigkeit	spez. Gewicht	Druckhöhe für 1 metr. Atm. in Metern
Benzin	0,68	14,706
Aether	0,74	13,514
Petrol-Naphta	0,76	13,158
Alkohol (wasserfrei)	0,79	12,658
Petroleum	0,81	12,345
Terpentinöl	0,87	11,494
Benzol	0,90	11,111
Rüböl	0,91	10,989
Leinöl	0,94	10,638
Wasser	1,00	10,000
Meerwasser	1,02	9,803
Milch	1,03	9,708
Anilin	1,04	9,615
Kochsalzlauge	1,21	8,264
Kalilauge (31 %)	1,30	7,692
Salpetersäure (91 %)	1,70	5,882
Schwefelsäure (87 %)	1,80	5,555
" rauchend	1,89	5,291
Quecksilber	13,5956	0,735

Wie oben ausgeführt war, betrug bei einer Höhe der Wassersäule von 10 Metern der Druck auf die ganze Bodenfläche von 1 qm Größe 10000 kg oder auf 1 qcm 1 kg. Dieser Druck ist auf allen Flächenteilen der ebenen Bodenfläche derselbe und nur abhängig von der Höhe der über der Bodenflächeneinheit stehenden Wassersäule oder allgemein gesagt: Flüssigkeitssäule. Während nun bei dem Gefäß, Fig. 1, gerade oder lotrechte Seitenwände vorausgesetzt waren, sollen nun Gefäße mit schrägen Wänden, Fig. 2, *a* und *b* angenommen werden.

Rechnet man für diese beiden Gefäße den Inhalt aus, so folgt sofort, daß der Flüssigkeitsinhalt oder die Menge im Gefäß *a*) wesentlich größer ist als in *b*). Nimmt man z. B. an, daß der Durchmesser der Bodenfläche der beiden zylindrisch gedachten Gefäße je 1 m betrage, die Durchmesser der Oberfläche des Wasserspiegels bei a) 1,4 m, bei b) 0,78 m, die Höhe h in beiden Fällen 1,2 m, so folgt der Inhalt des größeren Gefäßes J_1 zu

$$J_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot h(R^2 + R \cdot r + r^2)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}2(0{,}7^2 + 0{,}7 \cdot 0{,}5 + 0{,}5^2) = 1{,}369 \text{ cbm}$$

und der Inhalt des kleineren Gefäßes J_2 zu

$$J_2 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}2(0{,}5^2 + 0{,}5 \cdot 0{,}39 + 0{,}39^2) = 0{,}751 \text{ cbm}$$

das Gewicht im ersten Falle also, da 1 cbm Wasser 1000 kg wiegt

$$G_1 = 1{,}369 \cdot 1000 = 1369 \text{ kg}$$

im zweiten Falle

$$G_2 = 0{,}751 \cdot 1000 = 751 \text{ kg}.$$

Man sollte nun meinen, daß nun auch der Bodendruck in beiden Fällen verschieden wäre. Dies ist jedoch, wie die Erfahrung zeigt, nicht der Fall, vielmehr ist derselbe in beiden Fällen der gleiche und zwar ebenso groß wie bei dem Gefäße nach Fig. 1. Es ergibt

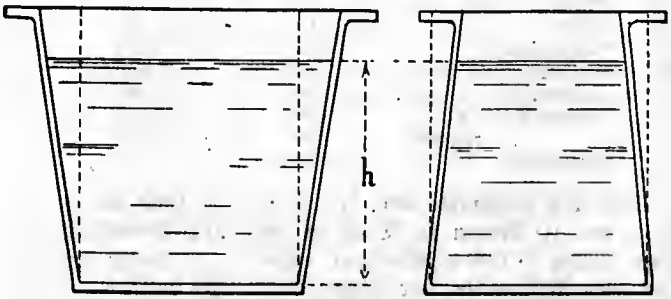


Fig. 2.
Bodendruck bei schrägwandigen Gefäßen.

sich hieraus das wichtige Gesetz, daß der Bodendruck von der Form und Beschaffenheit der Seitenwände des Gefäßes ganz unabhängig, vielmehr nur abhängig ist von der Größe der Bodenfläche und gleich ist dem Gewicht der lotrechten Wassersäule von der Höhe h über der Bodenfläche. Da dieselbe in beiden Fällen (Fig. 2 a und b), gleich groß war, so ist auch bei derselben Druckhöhe h der Bodendruck derselbe.

Im speziellen Falle ist derselbe, da $h = 1{,}2$ m und der Durchmesser der Bodenfläche $= 1$ m war, gleich dem Gewicht einer Wassersäule von

$$J = 1^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1{,}2 = 0{,}9425 \text{ cbm},$$

also da 1 cbm 1000 kg wiegt,

$$P = 0{,}9425 \cdot 1000 = 942{,}5 \text{ kg}.$$

Die Größe der Bodenfläche war

$$F = 1^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0{,}7854 \text{ qm} = 7854 \text{ qcm},$$

also der Flächendruck auf 1 qcm $p = \frac{942{,}5}{7854} = 0{,}12$ kg

d. h. gleich dem Druck einer Wassersäule von $10 \cdot 0{,}12 = 1{,}2$ m Höhe, welche ja auch vorausgesetzt war.

Eine der bekanntesten Anwendungen dieses Gesetzes ist die sogenannte Realsche Extraktpresse, welche in Fig. 3 schematisch dargestellt ist.

Auf einem Gefäß vom Durchmesser D sitzt ein langes, enges Röhrchen vom Durchmesser d. Wird das Gefäß und das Röhrchen bis zu einer bestimmten Höhe z. B. h mit Wasser gefüllt, so ist der gesamte Bodendruck auf die Bodenfläche vom Durchmesser D ebenso groß, als wenn das ganze Gefäß den Durchmesser D und die Höhe h besäße, also gleich dem Gewicht einer Wassersäule von der Grundfläche $D^2\frac{\pi}{4}$ und der Höhe h.

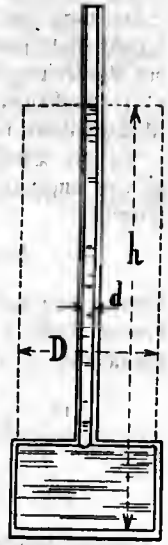


Fig 3.
Schematische Darstellung der Realschen Presse.

Zwei weitere wichtige Gesetze, welche das Verhalten der Flüssigkeit in Gefäßen betreffen, sind die folgenden.

Denkt man sich das Gefäß, Fig. 1, S. 3, oben mit einem wasserdicht abschließenden, im Gefäß beweglichen Deckel, Kolben, abgeschlossen und nimmt man an, daß derselbe gerade auf die Wasseroberfläche aufstoße, so wird an dem Zustand im Innern des Gefäßes nichts geändert. Legt man aber nun auf den Kolben ein Gewicht, z. B. 1 Ztr. oder 50 kg, so wird der Kolben mit diesem Gewicht oder Druck auf das Wasser drücken.

Wie nun die Erfahrung gezeigt hat, läßt sich das Wasser nicht zusammendrücken, wie etwa gasförmige oder viele elastische und teigartige feste Körper. Wenigstens ist der Betrag, um welchen das Volumen verringert wird, so gering, daß man praktisch von der nicht vorhandenen Elastizität bzw. Kompressibilität der Flüssigkeiten spricht.[1])

1) Nach Versuchen des berühmten Physikers Regnault wird durch den Überdruck einer Atmosphäre = 10 Meter Wassersäule das Wasser nur um 50 Millionstel = 0,00005 seines Volumens zusammengedrückt, Quecksilber nur um 3 Millionstel = 0,000003.

Trotzdem nimmt das Wasser, als ob es ein fester Körper wäre, den Druck auf. Ein wesentlicher Unterschied mit dem festen Körper besteht aber nun in folgendem. Während letzterer, z. B. ein eiserner Stab, den Druck nur in genau derselben Richtung fortpflanzt, in welcher die äußere Druckkraft auf ihn wirkt — eine Stütze, Strebe, Säule wird nur in der Richtung ihrer Längsachse belastet, beansprucht, nicht senkrecht dazu[1]) — pflanzt sich der auf die Oberfläche des Wasserspiegels im geschlossenen Gefäße ausgeübte Druck nach allen Richtungen hin gleichmäßig fort und drückt auf sämtliche Flächenteilchen der inneren Gefäßoberfläche mit gleicher Stärke.

Da der Durchmesser des zylindrischen Gefäßes oben (S. 3) zu 1 m angenommen war, so beträgt die Oberfläche des Wasserspiegels

$$F = \frac{D^2\pi}{4} = \frac{1^2 \cdot 3{,}1415}{4} = 0{,}7854 \text{ qm}.$$

Nimmt man das Eigengewicht des auf dem Wasserspiegel aufruhenden Kolbens z. B. zu 30 kg an, so beträgt die gesamte Belastung $30 + 50 = 80$ kg auf 0,7854 qm, also auf 1 qm

$$G = \frac{1}{0{,}7854} \cdot 80 = 1{,}2732 \cdot 80 = 101{,}856 \text{ kg}$$

oder auf

$$1 \text{ qcm} = \frac{101{,}86}{100 \cdot 100} = 0{,}0101856 \text{ kg/qcm oder Atm}$$

Genau derselbe Druck herrscht an jeder Stelle im Innern der Wassermenge und auf jedem qcm der inneren Gefäßoberfläche.

Beispiele. 1. An irgend einer Stelle in der Wand eines geschlossenen, mit Wasser gefüllten Gefäßes wird auf einen in derselben befindlichen zylindrischen Stempel oder Kolben von 20 cm Durchmesser ein Druck von 500 kg ausgeübt. Wie groß ist der spezifische Druck oder der Druck auf die Flächeneinheit, z. B. den qcm der inneren Gefäßwand?

Einem Durchmesser von 20 cm entspricht eine Fläche

$$F = \frac{20^2 \cdot \pi}{4} = \frac{400 \cdot 3{,}1415}{4} = 314{,}15 \text{ qcm}.$$

Der Druck p auf den qcm ist somit:

$$p = \frac{500}{314{,}15} = 1{,}591 \text{ kg/qcm oder Atmosphären}.$$

1) S. auch Mechanik I. Teil, S. 35. AMuG 303.

Auf diesen Flächendruck ist das Gefäß bzw. die Wanddicke des Gefäßes zu berechnen.

2. Beispiel. Ein liegendes, zylindrisches Gefäß, z. B. ein Dampfkessel oder ein Wasserbehälter besitze zwei ebene Stirnflächen, welche das Gefäß abschließen. Der Durchmesser des Gefäßes betrage 1,65 m. Der Innendruck im Gefäß betrage 6,25 Atm. oder kg/qcm Überdruck über dem äußeren Luftdruck. Wie groß ist der Gesamtdruck, welcher auf jede der ebenen Stirnwände drückt?

Bei einem Durchmesser von 1,65 m beträgt die Fläche

$$F = \frac{1{,}65^2 \cdot \pi}{4} = 2{,}1383 \text{ qm}.$$

Der spezifische Flächendruck auf 1 qcm betrug 6,25 Atm. oder kg, also auf 1 qm

$$P = 100 \cdot 100 \cdot 6{,}25 = 62\,500 \text{ kg},$$

und daher auf 2,1383 qm

$$P_0 = 62\,500 \cdot 2{,}1383 = 133\,643{,}75 \text{ kg}.$$

Auf diesen Druck ist die ebene Stirnfläche und ihre Befestigung an der zylindrischen Mantelfläche zu berechnen.

Die wichtigste Anwendung findet das vorbesprochene Gesetz bei den hydraulischen Pressen.

2. Die hydraulische Presse.

Dieselbe ist zunächst in Fig. 4 schematisch dargestellt. Sie besteht im wesentlichen aus folgenden Teilen:

1. dem Preßzylinder mit Preßstempel und Preßtisch,
2. dem Gestell der Presse nebst Gegenplatte,
3. dem Druckzylinder mit Druckkolben,
4. dem Verbindungsrohr zwischen dem Druckzylinder und Preßzylinder.

Der Durchmesser des kleinen oder Druckkolbens ist mit d_1, derjenige des Preßkolbens mit d_2 bezeichnet. Indem der Kolben in den kleinen Zylinder hineinbewegt wird, verdrängt er einerseits eine bestimmte Wassermenge, welche seinem Inhalt entspricht, und erzeugt andrerseits einen bestimmten Druck auf die Wasseroberfläche, welcher sich in den großen oder Preßzylinder fortpflanzt. Da die verdrängte Wassermenge aus dem Zylinder nicht anders als durch das dünne Verbindungsrohr in den Preßzylinder entweichen kann, so wird sie hinein gedrückt und dort so viel Volumen

des großen Kolbens verdrängt, als dem Volumen des im Druckzylinder verdrängten Wassers entspricht, oder das Volumen des verdrängten Teiles des Preßkolbens ist gleich dem Volumen des in den Druckzylinder eingedrungenen Druckkolbens. Bezeichnet man den Hub dieses Kolbens, um wieviel er also in den Druckzylinder eingedrungen ist, mit l_1, die Höhe, um wieviel dabei der

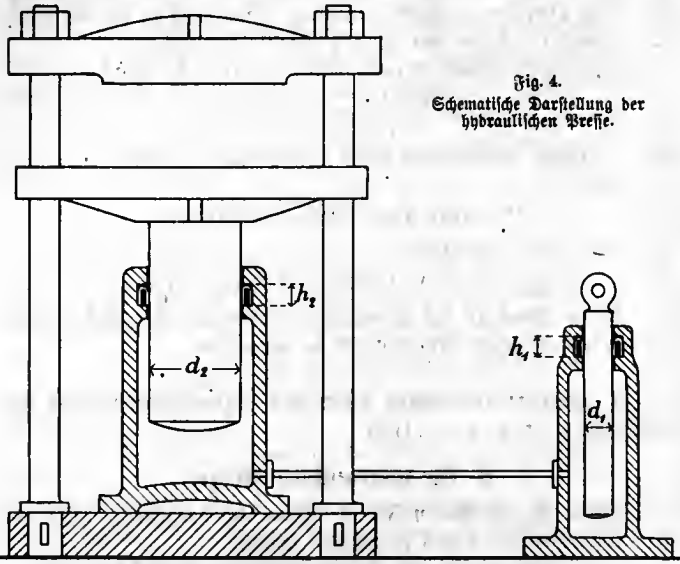


Fig. 4.
Schematische Darstellung der hydraulischen Presse.

Preßzylinder gehoben oder nach auswärts bewegt wird, mit l_2, so muß

$$\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} l_1 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_2$$

sein, woraus sich ergibt:

$$l_2 = l_1 \cdot \frac{d_1^2}{d_2^2}.$$

Nach dem früher Gesagten pflanzt sich der spezifische Flächendruck aber gleichmäßig fort. Bezeichnet P_1 den Gesamtdruck auf den kleinen Kolben, wenn er nach einwärts in den Druckzylinder bewegt wird, P_2 den Gesamtdruck auf den Preßkolben, mit dem er nach auswärts bewegt wird, so ergeben sich theoretisch folgende Gleichungen:

Es ist $P_1 = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot p$, worin p den spezifischen Druck oder Flächendruck auf z. B. 1 qcm bedeutet. Daraus ist

$$p = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{P_1}{d_1^2}.$$

Für den Preßzylinder gilt die Gleichung $P_2 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot p$, worin p derselbe Flächendruck wie im kleinen Zylinder ist, da ja der Druck sich gleichmäßig fortpflanzt.

Setzt man den obigen Wert in die zweite Gleichung ein, so folgt

$$P_2 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{P_1}{d_1^2} = P_1 \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2}.$$

1. Beispiel. Es sei $d_1 = 5$ cm, $d_2 = 30$ cm, der Hub $l_1 = 15$ cm, $P_1 = 100$ kg. Wie groß ist der Druck P_2 auf den Preßkolben und um welchen Betrag (l_2) wird er bei jedem Hub des Druckkolbens gehoben?

Zunächst ist

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2} = 100 \cdot \frac{30^2}{5^2} = 100 \cdot \left(\frac{30}{5}\right)^2 = 3600 \text{ kg} \quad \text{und}$$

$$l_2 = l_1 \cdot \frac{d_1^2}{d_2^2} = l_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 15 \cdot \left(\frac{5}{30}\right)^2 = 15 \cdot \frac{1}{36} = 0{,}417 \text{ cm}$$
$$= 4{,}17 \text{ mm}.$$

2. Beispiel. Wie müssen die Verhältnisse einer Presse gewählt werden, welche bei einem Druck auf den Druckkolben von 250 kg einen Preßdruck von 10000 kg erzeugen soll, wobei der Preßkolben bei jedem Hube des Druckkolbens um 1 cm fortbewegt werden soll?

Aus den beiden Drücken P_2 und P_1 läßt sich zunächst das Verhältnis der Kolbendurchmesser berechnen. Es ist

$$\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = \frac{P_2}{P_1} \quad \text{und daher} \quad \frac{d^2}{d_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} = \sqrt{\frac{10000}{250}} = 6{,}3246.$$

Da ferner $l_2 = 1$ cm sein soll und

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{d_1^2}{d_2^2}, \quad \text{also} \quad l_1 = l_2 \frac{d_2^2}{d_1^2} \quad \text{ist, so folgt}$$
$$l_1 = 1 \cdot 6{,}3246^2 = 1 \cdot 40 = 40 \text{ cm}.$$

Wie oben ausgeführt, gelten diese Gleichungen nur theoretisch. In Wirklichkeit muß der Druck P_1 zur Überwindung der Reibungswiderstände der beiden Kolben in ihren Führungen oder Stopf-

büchsen, welche meistens bei solchen Pressen als Lederstulpen ausgebildet sind (Fig. 4, h_1 und h_2), noch um fast 10—15% größer sein.

Auch infolge der übrigen Reibungswiderstände erhöht sich der wirklich erforderliche Druck noch beträchtlich.

Die äußere Anordnung der hydraulischen Presse ist aus Fig. 5 zu ersehen. Links ist das Pumpwerk oder der Druckzylinder mit dem darunter befindlichen Sammelbehälter zur Wiederaufnahme des aus der Presse nach beendigter Pressung wieder abgelassenen Wassers, rechts der Preßzylinder mit Preßkolben und darüber befindlicher Preßplatte, welche nach oben gegen einen feststehenden, durch vier kräftige stählerne Säulen getragenen Preßkopf gedrückt wird, wodurch die auszupressende Masse zusammengedrückt wird. Zwischen dem Pumpwerk und der Presse liegt das Druckrohr mit Absperrhahn oder Ventil und Rücklaufrohr zum Sammelbehälter unter der Pumpe. Zum Antrieb des Druckkolbens der letzteren dient eine durch eine Deckentransmission (Riemenscheibe und Riementrieb) angetriebene Kurbel und Treib- oder Pleuelstange.

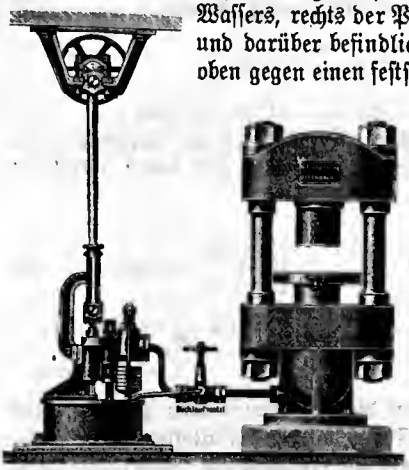


Fig. 5.
Hydraulische Presse mit Transmissionsantrieb.

Die in Fig. 5 dargestellte Presse wird für einen spez. Preßdruck bis zu 300 Atmosphären und einen nutzbaren Gesamtpreßdruck von 122000 kg zwischen beiden Preßplatten ausgeführt[1]).

Aus den oben angeführten Gesetzen über den Bodendruck im Innern eines Gefäßes und über die gleichmäßige Fortpflanzung des Flüssigkeitsdruckes lassen sich die folgenden beiden Gesetze ableiten.

1) Von der Maschinenfabrik H. F. Stollberg in Offenbach a. Main.

3. Der Seitendruck.

Denkt man sich die Bodenfläche eines Gefäßes nicht allseitig eben, sondern an den Seiten schräg ansteigend, so ist der Bodendruck auf diese schrägen Flächen, genau wie oben bei der ebenen Bodenfläche nachgewiesen war, gleich dem Druck einer Wassersäule von der Höhe h von der Bodenfläche, auf welcher diese Wassersäule aufsteht. Ebenso wird eine im Wasser schwebend gedachte Fläche F_0, Fig. 6, im Abstand h vom Oberwasserspiegel mit einem Druck belastet, welcher gleich ist einer Wassersäule von der Höhe h und der Basis F_0. Da sich aber der Druck nach allen Richtungen hin gleichmäßig fortpflanzt, so wird in der Horizontalebene der Fläche F_0 ringsherum derselbe Druck $P = F_0 \cdot h \cdot \gamma$ herrschen, wenn γ das Gewicht der Volumeinheit (z. B. Liter oder cbm) bedeutet. Es werden also auch die Punkte A, B und C mit demselben Druck gedrückt. Man kann nun diese Punkte A, B und C ansehen als die Schwerpunkte der um sie beschriebenen, mit der Fläche F_0 inhaltsgleichen Kreise F_1, F_2 und F_3. Dann folgt hieraus sofort der Satz:

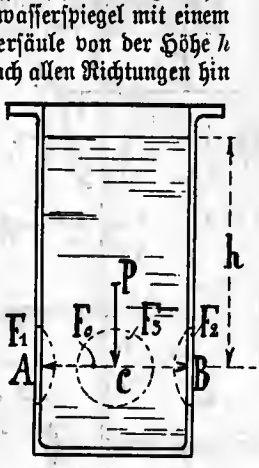


Fig. 6. Seitendruck.

„Der Wasserdruck auf eine Seitenfläche eines Gefäßes oder einen Teil derselben ist gleich dem Gewicht einer Wassersäule von einer Höhe vom Schwerpunkt der Fläche bis zum Oberwasserspiegel und einer Grundfläche gleich der Größe der Seitenfläche."

Hierbei ist es völlig gleichgültig, ob die Seitenfläche eben oder gekrümmt, konkav oder konvex ist. Als Basis der Wassersäule kommt, ebenso wie beim Bodendruck, nur die Projektion der krummen Fläche auf eine lotrechte Ebene senkrecht zur Druckrichtung in Betracht.

Während nun aber beim Bodendruck der resultierende Druck im Schwerpunkt der gedrückten Fläche wirkt, ist dies, wie die nachfolgende Betrachtung lehrt, beim Seitendruck nicht der Fall, vielmehr liegt der Angriffspunkt des resultierenden Druckes auf eine Seitenfläche oder der Druckmittelpunkt unterhalb des Schwerpunktes dieser Fläche.

Man kann sich die Seitenfläche in eine sehr große Anzahl kleiner

Einzelflächen zerlegt denken. In Fig. 7 seien jedoch zur Vereinfachung der Untersuchung nur vier solcher Flächen angenommen, deren Schwerpunkte mit 1 bis 4 bezeichnet sind. Für sehr viele, sehr kleine Flächen kann man ebenfalls annehmen, daß der Angriffspunkt jeder Druckkraft mit jedem Schwerpunkt zusammenfalle. Die Abstände der Schwerpunkte 1 bis 4 vom Oberwasserspiegel seien h_1, h_2, h_3 und h_4. In den Punkten 1 bis 4 sollen die Einzeldrücke p_1 bis p_4, also $p_1 = F \cdot h_1 \cdot \gamma$, $p_2 = F \cdot h_2 \cdot \gamma$ usw. angreifen. Um nun den Angriffspunkt der Mittelkraft oder Resultierenden dieser vier Kräfte zu finden, kann man mit großem Vorteil die zeichnerische oder graphische Methode anwenden[1]). Von der Linie AB aus seien die Kräfte p_1 bis p_4 abgetragen; ihre Endpunkte liegen, da die Zunahme des Wasserdruckes nach unten zu proportional der Höhe h erfolgt, auf einer Geraden AA'.

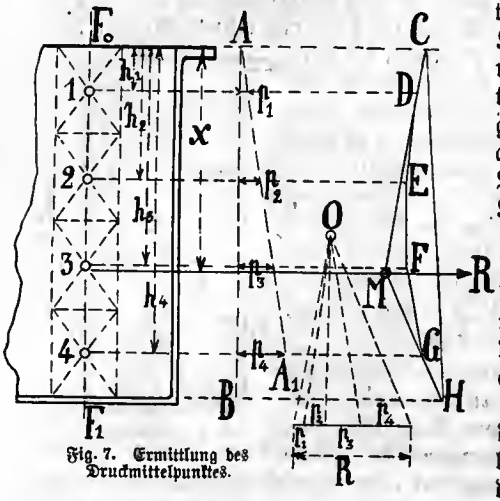


Fig. 7. Ermittlung des Druckmittelpunktes.

Trägt man unterhalb die Kräfte (Drücke) p_1 bis p_4 aneinander, wählt den beliebigen Pol[2]) O, zieht die Polstrahlen und konstruiert das Polygon $CDEFGH$, verlängert endlich die Strahlen CD und GH nach rückwärts bis zum Schnittpunkt M, so ist dieser der Angriffspunkt der Mittelkraft R, deren Größe gleich der Summe p_1 bis p_4 ist. Zieht man endlich durch M eine Wagrechte bis zur Linie 1—4, so ist der Schnittpunkt der ersteren mit letzterer, welcher etwas unter dem Punkte 3 liegt, der Druckmittelpunkt oder Angriffspunkt des Gesamtdruckes auf die vier Flächen 1 bis 4, bzw. auf die ganze Seitenfläche F_0F_1.

Zur Berechnung des Abstandes x der Mittelkraft oder des

1) S. Mechanik Bd. I, AMuG 303, S. 28 ff. und S. 46.
2) S. Mechanik Bd. I S. 27.

Druckmittelpunktes vom Oberwasserspiegel kann man auch die Momentengleichung[1]) auf den Punkt A aufstellen, indem man (nach Drehung der Fig. 7 um 90°) annimmt, daß AB ein mit den Kräften p_1 bis p_4 belasteter Balken sei. Dann besteht die Gleichung

$$p_1 \cdot h_1 + p_2 \cdot h_2 + p_3 \cdot h_3 + p_4 \cdot h_4 = R \cdot x$$

oder allgemein

$$x = \frac{\Sigma(p \cdot h)}{\Sigma(p)} = \frac{\Sigma(p \cdot h)}{R},$$

d. h. $= \frac{\text{Summe aller } p \cdot h}{\text{Summe aller } p}$.

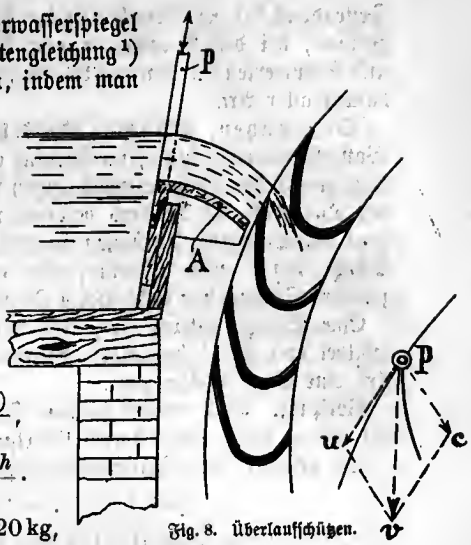


Fig. 8. Überlaufschützen.

Beispiel. Es seien $p_1 = 20$ kg, $p_2 = 40$ kg, $p_3 = 60$ kg, $p_4 = 80$ kg und $h_1 = 16$ cm, $h_2 = 48$ cm, $h_3 = 80$ cm, $h_4 = 112$ cm.

Es ist dann

$$x = \frac{20 \cdot 16 + 40 \cdot 48 + 60 \cdot 80 + 80 \cdot 112}{20 + 40 + 60 + 80} = \frac{16000}{200} = 80 \text{ cm},$$

d. h. der Druckmittelpunkt fällt mit Punkt 3 zusammen. In Wirk-

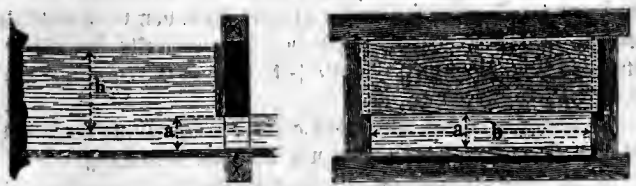


Fig. 9. Spannschütze.

lichkeit liegt in der Rechtecksfläche F_0F_1 der Druckmittelpunkt um $^2/_3$ der Gesamthöhe vom Oberwasserspiegel entfernt.

Die wichtigste Anwendung findet die Lehre vom hydraulischen

1) Ebendort S. 12, 46.

Seitendruck bei der Berechnung der Absperrschützen[1]) für Wassergerinne, bei der Berechnung von Wehren, von Schleusentoren und Stauwerken für Sammelbehälter, von Talsperren und Wasserbauten aller Art.

Die Schützen, Absperr- oder Spannschützen sind quer zur Wasserströmungsrichtung im Gerinne angebrachte ebene, meist aus Holz hergestellte Flächen, welche durch Anlegen an feste Widerlager den Durchfluß des Wassers verhindern, dasselbe daher entweder ganz absperren oder aufstauen, so daß es nur über oder unter der Schütze durch einen Überlauf oder eine von der Schütze freigegebene Öffnung von rechteckigem Querschnitt hindurchfließen kann.

Eine Schütze ersterer Art, also mit Überfall, ist in Fig. 8 abgebildet und mit A bezeichnet, während Fig. 9 eine solche letzterer Art, eine Spannschütze zeigt.

Beispiel. Eine lotrecht stehende Spannschütze von 1,8 m Höhe und 2,2 m Breite mit oberem Überlauf ist zu berechnen.

Die gesamte, dem Seitendruck ausgesetzte Fläche ist

$$F = 1{,}8 \cdot 2{,}2 = 3{,}96 \text{ qm}.$$

Der Abstand des Schwerpunktes von der Oberkante der Schütze ist

$$h_0 = \frac{1{,}8}{2} = 0{,}90 \text{ m},$$

folglich der gesamte Seitendruck

$$P = F \cdot h_0 \cdot \gamma = 3{,}96 \cdot 0{,}9 \cdot 1000 = 3564 \text{ kg},$$

wenn $\gamma = 1000$ kg, das Gewicht eines cbm Wasser ist.

Zur Berechnung des Angriffspunktes der Mittelkraft soll die Fläche in 10 Querstreifen von je gleicher Höhe von 0,22 m zerlegt werden, so daß h_1 der Abstand des Schwerpunkts des obersten Streifens $= 0{,}09$ m, $h_2 = 0{,}09 + 1 \cdot 0{,}18 = 0{,}27$ m, $h_3 = 0{,}09 + 2 \cdot 0{,}18 = 0{,}45$ usw. ist.

Zur Berechnung des Abstandes x von der Oberkante der Schütze bis zum Druckmittelpunkt dient wie oben die Gleichung

$$\Sigma(p \cdot h) = x \cdot \Sigma(p) \quad \text{oder}$$

$$x = \frac{\Sigma(p-h)}{\Sigma(p)} = \frac{f \cdot \gamma \cdot h_1 \cdot h_1^2 + f \cdot \gamma \cdot h_2 \cdot h_2^2 + \cdots}{P}$$

$$= \frac{f \cdot p \cdot (h_1^2 + h_2^2 + \cdots h_{10}^2)}{P}$$

1) S. ANuG 228, v. Ihering, Die Wasserkraftmaschinen S. 14, 32.

$$= \frac{0{,}18 \cdot 2{,}2 \cdot 1000}{3564} \cdot (0{,}09^2 + 0{,}27^2 + 0{,}45^2 + 0{,}63^2 + 0{,}81^2 + 0{,}99^2 + 1{,}17^2 + 1{,}35^2 + 1{,}53^2 + 1{,}71^2)$$

$$= \frac{396 \cdot 10{,}773}{3564} = \frac{4266{,}11}{3564} = 1{,}197 \sim 1{,}2 \text{ m}$$

d. h. der Druckmittelpunkt liegt in $^1/_3$ der Höhe der Schütze über der Sohle des Wasserlaufes oder $^2/_3$ der Höhe von der Oberkante der Schütze nach unten.

Bei kleineren Wehren mit stark veränderlichem Wasserstand werden Klappen angewandt, welche sich bei Überschreiten des Wasserstandes über eine bestimmte Höhe selbsttätig umlegen und dadurch dem Wasser freien Durchfluß gewähren. Die Berechnung des Angriffspunktes der Stützen und der Höhenlage der Drehachse ist so auszuführen, daß für den normalen Wasserstand der Druckmittelpunkt noch unterhalb der Drehachse liegt, bei steigendem Wasserspiegel aber über derselben.

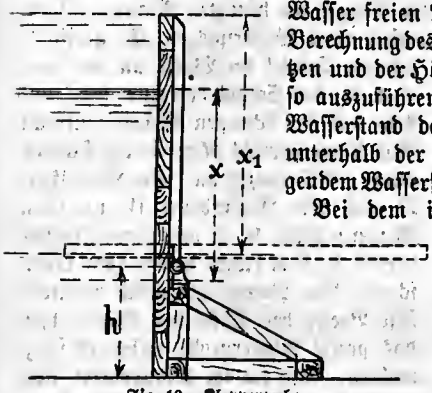


Fig. 10. Klappenwehr.

Bei dem in Fig. 10 dargestellten Klappenwehr soll der Drehpunkt für die Klappe bestimmt werden. Das Wasser steht für gewöhnlich nur 1,5 m über dem Boden des Gerinnes. Bei Hochwasser steigt der Wasserspiegel bis zur Oberkante des Wehres, dessen Höhe 2,1 m, und Breite 3 m beträgt. In welcher Höhe h vom Boden des Gerinnes ist die Drehachse der Klappe anzubringen und wie groß ist Mitteldruck P bzw. P_1 in beiden Fällen, bei normalem Wasserstand und bei Hochwasser?

Nimmt man an, daß der Angriffspunkt der Mittelkraft um $^1/_3$ der Höhe des Wasserstandes über Bodenhöhe angreift, so ist

$$x = \frac{2}{3} \cdot 1{,}5 = 1{,}00 \text{ m} \quad \text{und} \quad x_1 = \frac{2}{3} \cdot 2{,}1 = 1{,}4 \text{ m}$$

Er muß also zwischen

$$1{,}5 - x = 1{,}5 - 1 = 0{,}5 \text{ m} \quad \text{und}$$
$$2{,}1 - x_1 = 2{,}1 - 1{,}4 = 0{,}7 \text{ m}$$

liegen, also $h \sim 0{,}6$ m sein.

Der Wasserdruck beträgt im ersten Falle

$$P = F \cdot h \cdot \gamma = 1{,}5 \cdot 3 \cdot 0{,}75 \cdot 1000 = 3375 \text{ kg}$$

im zweiten Falle

$$P_1 = F \cdot h_1 \cdot \gamma = 2{,}1 \cdot 3 \cdot 1{,}05 \cdot 1000 = 6615 \text{ kg}$$

also um 3240 kg größer.

Die Berechnung einer Staumauer auf den Seitendruck geschieht folgendermaßen[1]):

In Fig. 11 ist zunächst eine kleinere Mauer von trapezförmigem Querschnitt dargestellt. Der Wasserdruck W auf die Flächeneinheit ist gleich wt, d. h. gleich der Länge der benetzten Wand mal der Entfernung ihres Mittelpunktes vom Wasserspiegel. Er greift im unteren Drittel der Wand an, wie dies oben bei der Schütze berechnet war, und steht auf der schrägen Wand senkrecht. Das Mauergewicht M greift im Schwerpunkt des Trapezes an. Die Mittelkraft R aus dem Wasserdruck W und dem Mauergewicht M ist aus dem Kräftendreieck WMR (links neben dem Querschnitt der Mauer) graphisch ermittelt. Die Breite der Basis der Mauer bzw. das ganze Mauerprofil selbst ist so zu wählen, daß die im Mauerwerk bzw. im Fundament auftretende größte Spannung die zulässige Grenze nirgends überschreite und daß an der Hinterfläche (also in der Fläche BC) keine Zugspannungen auftreten, welche leicht zu Rissen Veranlassung geben können. Denn wenn in einen solchen Riß Wasser sickert, so stellt sich ein hydrostatischer Auftrieb (s. weiter unten) ein, welcher für den Bestand der Mauer sehr gefährlich werden kann. Sollen also Zugbeanspruchungen in der Fläche BC ausgeschlossen sein, so muß die Resultierende R, welche im Schnittpunkt von M und W angreift, die Grundfläche AB innerhalb des inneren Drittels KK' schneiden. Geht sie dagegen links vor K' vorbei, so liegt die Gefahr der Zugbeanspruchungen vor, und ist dann die Grundfläche AB der Mauer breiter zu machen.

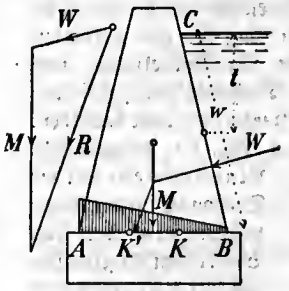


Fig. 11. Staumauer.
Aus: Lexikon der gesamten Technik, 2. Aufl., Bd. VIII.

1) Nach Lexikon d. ges. Technik, 2. Aufl. Bd. VIII, S 275.

Beispiel. Bei der in Fig. 11 dargestellten Staumauer (Maßstab 1 : 100) ist die Höhe 3 m, die Länge $w = 2{,}8$ m, der Abstand $t = 1{,}3$ m. Es ist die Größe des erforderlichen Mauergewichts und der Resultierenden zu berechnen. Die Berechnung sei für je 1 m Breite ausgeführt. Zunächst ist $W = w \cdot t \cdot 1 \cdot \gamma = 2{,}8 \cdot 1{,}3 \cdot 1 \cdot 1000 = 3640$ kg, (1 mm = 300 kg). Aus dem Kräftedreieck folgt dann $M = 27 \cdot 300 = 8100$ kg und $R = 32 \cdot 300 = 9600$ kg,

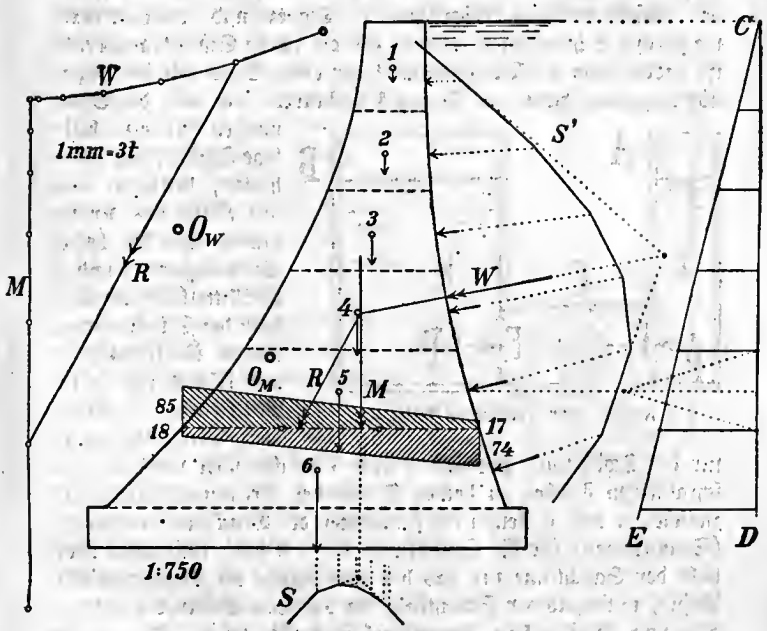


Fig. 12. Staumauer.
Aus: Lexikon der gesamten Technik, 2. Aufl., Bd. VIII.

alles für 1 m Basisbreite (senkrecht zur Bildebene) gerechnet. Ist z. B. die Mauer 4,5 m breit, so ist der gesamte Wasserdruck auf die Mauer $4{,}5 \cdot 3640 = 16{,}38$ T, das gesamte Mauergewicht $4{,}5 \cdot 8100 = 36{,}45$ T und $R = 43{,}2$ T.

In Fig. 12 ist die Berechnung einer größeren Staumauer mit beiderseits konkavem Anlauf dargestellt.

Man teilt die Mauer durch wagerechte Schnitte in geeigneter Weise ein, z. B. in 6 Teile, berechnet für jede Mauerschicht den

auf sie entfallenden Wasserdruck W und das erforderliche Mauergewicht M und setzt diese Kräfte in 2 Seilpolygonen[1]) S und S' (rechts und unterhalb der Figur) zusammen. Die Größe jeder Einzelkraft M und W wird genau so ermittelt wie es für die Mauer, Fig. 11 oben gezeigt war. Um die Angriffspunkte der einzelnen Wasserdrücke W_1 bis W_8 zu finden, zieht man (Fig. 12, rechts) die Linien CD und CE, teilt die eingeschlossene Fläche der Schichteinteilung entsprechend in Trapeze und ermittelt deren wagerechte Schwerlinien, wie es für die fünfte Schicht angedeutet ist, indem man die Drittelspunkte der einen Seite mit den gegenüberliegenden Ecken des Trapezes verbindet. Um nun die Spannungen für eine beliebige Schichtfläche zu erhalten, bestimmt man mit Hilfe des Kräfteplanes und der beiden Seilpolygone S und S' die Mittelkräfte der oberhalb der Schicht angreifenden Mittelkräfte M und W und setzt sie zur Mittelkraft R zusammen. Dies ist in Fig. 12 für die Schichtlinie zwischen 5 und 6 durchgeführt worden. Die schraffierten Flächen zu beiden Seiten der Trennungslinie 18/17 zwischen 5 und 6 stellen die Zunahmen der Druckbeanspruchungen (Spannungen) für die Schichtlinie 5 — 6 dar, und zwar oberhalb der Schichtlinie für das bis zum Rande der Mauer gefüllte Bassin, unterhalb der Schichtlinie für das leere Bassin bei welchem also vom Wasser kein Seitendruck ausgeübt wird. Die an den Enden der schraffierten Flächen beigeschriebenen Zahlen geben die Endbelastungen in Tonnen auf 1 qm Schichtfläche an. Dieselbe nimmt also z. B. bei gefülltem Bassin von 17 Tonnen innen auf 85 Tonnen an der Außenkante zu, bei leerem Bassin (ohne Wasserdruck) von außen 18 Tonnen auf 74 Tonnen innen zu.

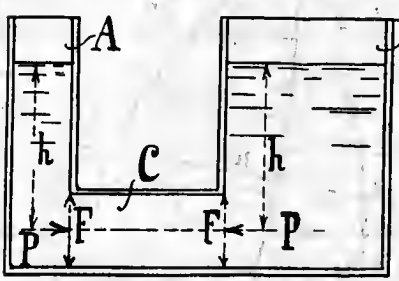


Fig. 13. Kommunizierende Gefäße.

Wie aus der Figur ersichtlich fällt die Resultierende R noch innerhalb des mittleren Drittels der Schichtfläche 5—6, was oben (s. S. 20, Fig. 11) als Bedingung für die richtige Stabilität angegeben wurde.

1) Mechanik I, AMuG 303 S. 29.

4. Kommunizierende Gefäße.

In Fig. 13 sind zwei Gefäße, *A* und *B*, dargestellt, welche durch ein Verbindungsstück *C* miteinander verbunden sind, oder, wie man auch sagt, miteinander kommunizieren. Man nennt solche Gefäße „Kommunizierende Gefäße."

Wie nun die Erfahrung lehrt, steht in solchen Gefäßen, wenn sie mit einer und derselben Flüssigkeit z. B. Wasser angefüllt sind, der Wasserspiegel in beiden Teilen genau gleich hoch.

Auf Grund der im Vorhergehenden abgeleiteten Gesetze vom Seitendruck läßt sich dies auch leicht beweisen.

Bezeichnet man den Querschnitt des Verbindungsstückes z. B. eines Rohres, *C*, mit *F*, so wird der linksseitige Querschnitt von einem Seitendruck *P* betroffen, welcher gleich ist dem Gewichte einer Wassersäule von der Basis *F* und der Höhe *h*, vom Mittelpunkt (Schwerpunkt) der (hier z. B. kreisförmig gedachten) Fläche bis zum Wasserspiegel gemessen. Auf die rechtsseitige Fläche wirkt, da sonst kein Gleichgewicht im Rohrstück *C* herrschen würde, derselbe Seitendruck *P*. Da die Fläche dieselbe ist, so muß auch die Druckhöhe *h* dieselbe sein, d. h. beide Höhen *h* müssen gleich sein oder, was dasselbe besagt, das Wasser steht in beiden Gefäßen gleich hoch und — da die Oberfläche eines ruhenden Wasserspiegels stets wagerecht liegt — auch in beiden Gefäßen wagerecht und in gleicher Höhe.

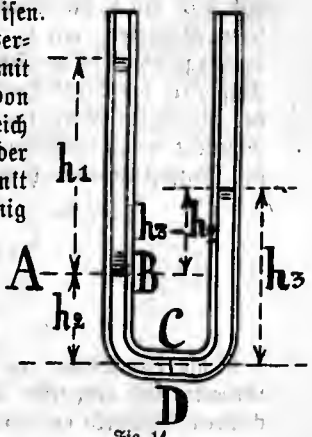


Fig. 14.
Kommunizierende Röhren mit verschiedenen Flüssigkeiten.

Diese Eigenschaft der kommunizierenden Gefäße hat zur Konstruktion eines sehr wertvollen und einfachen Meßinstrumentes, der Kanalwage geführt, welches zum Nivellieren d. h. zum Messen der Höhenunterschiede zweier Punkte der Erdoberfläche dient. Sie besteht in ihrer älteren Form aus einem Metallrohr von etwa 1 m Länge, welches an seinen Enden rechtwinklig nach oben gerichtete Glaszylinder trägt. Das Rohr besitzt in der Mitte einen senkrecht nach unten gehenden Zapfen, mittels dessen es auf ein dreibeiniges Gestell aufgesteckt und beliebig gedreht werden kann. Als Füllung dient meistens bläulich oder rötlich gefärbtes Wasser.

Für einfachere Messung, welche keinen großen Anspruch auf Genauigkeit erheben soll, ist das Instrument gerade seiner Einfachheit wegen sehr geeignet.[1])

Bei der vorstehenden Betrachtung der Eigenschaften der kommunizierenden Röhren war vorausgesetzt worden, daß sich im ganzen Gefäß dieselbe Flüssigkeit befinde. Füllt man dagegen die beiden Schenkel eines solchen Rohres, Fig. 14 mit Flüssigkeiten von verschiedenem spez. Gewicht z. B. links irgend ein Öl, rechts Wasser, so werden die Flüssigkeitsspiegel in beiden Schenkeln nicht mehr gleich hoch stehen. Bezeichnet man die Trennungsebene beider Flüssigkeiten mit AB, mit h_1 die Druckhöhe und γ_1 das spez. Gewicht der leichteren Flüssigkeit, mit h_2 die Druckhöhe bis zur Mitte des Verbindungsrohres beider Schenkel, mit h_3 die Druckhöhe der schwereren Flüssigkeit bis Mitte Verbindungsrohr, mit γ_2 das spez. Gewicht der schwereren Flüssigkeit und mit f den Querschnitt des Rohres, so besteht, damit im Mittelpunkt des letzteren bei CD Gleichgewicht der Flüssigkeitsdrücke herrscht, die Gleichung

$$f \cdot h_1 \cdot \gamma_1 + f \cdot h_2 \cdot \gamma_2 = f \cdot h_3 \cdot \gamma_2 \quad \text{oder}$$

$$h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2 = h_3\gamma_2, \quad \text{also}$$

$$h_1 = (h_3 - h_2) \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \quad \text{oder}$$

$$h_1 : (h_3 - h_2) = \gamma_2 : \gamma_1$$

d. h. die Druckhöhen von der Trennungsebene AB an gerechnet verhalten sich umgekehrt wie die spez. Gewichte der in den entsprechenden Schenkeln enthaltenen Flüssigkeiten.

Da sich die spez. Gewichte von Öl und Wasser z. B. verhalten etwa wie 0,92 : 1, so wird die Höhe $h_1 \frac{1}{0{,}92} = 1{,}087$ mal größer sein als die Höhe $h_3 - h_2$. Bei Quecksilber, welches 13,6 mal schwerer ist als Wasser, wird die Wassersäule 13,6 mal höher sein als die entsprechende Quecksilbersäule oder eine Druckhöhe von 76 cm = 0,76 m Quecksilber[2]) wird einer Wassersäule von $76 \cdot 13{,}596 = 10{,}333$ m das Gleichgewicht halten.

Der vorbeschriebene Zusammenhang gibt ein einfaches Mittel an die Hand, die spez. Gewichte der Flüssigkeiten, bezogen auf Wasser,

1) Man stellt dabei auf die beiden Punkte, deren Höhenunterschied gemessen werden soll, Meßlatten und ermittelt den Höhenunterschied durch Nivellieren nach der einen und hierauf nach der anderen Latte.

2) 1 Atmosphäre s. oben S. 5.

zu bestimmen, indem man beide Flüssigkeiten — vorausgesetzt, daß sie sich nicht sofort oder überhaupt nicht mischen — in die beiden Schenkel eines dünnen Glasrohres nach Art des Rohres in Fig. 14 mit einem an jedem Rohrende angebrachten Glastrichter zum bequemen Einfüllen eingießt und durch eine Skala oder auf andere Weise die beiden Höhen h_1 und $h_3 - h_2$ mißt.

Eine sehr interessante Anwendung haben die Erscheinungen der kommunizierenden Röhren bei verschiedenen spez. Gewichten bei dem Zugmesser von Seeger und Aaron[1]) gefunden.

Derselbe dient entweder zum Messen eines Unterdrucks oder einer Depression wie z. B. der durch den Schornsteinzug in Kesselfeuerungen erzeugten Druckverminderung oder zum Messen einer Drucksteigerung, eines Überdrucks, einer Pressung z. B. von Zentrifugalgebläsen oder Ventilatoren usw. Wie Fig. 15 zeigt, ist ein U-förmig gebogenes Rohr vom Durchmesser d an beiden oberen Enden zu zwei zylindrischen Behältern vom Durchmesser D erweitert. Diese sind mittels Korken abgeschlossen, durch welche je ein winklig gebogenes Glasrohr führt, das an seinem freien Ende mit einem Gummischlauch verbunden werden kann, wodurch die Verbindung mit der Meßstelle, d. h. demjenigen Raum z. B. Feuerzug, Schornstein, dessen Druck oder Depression zu messen ist, hergestellt wird.

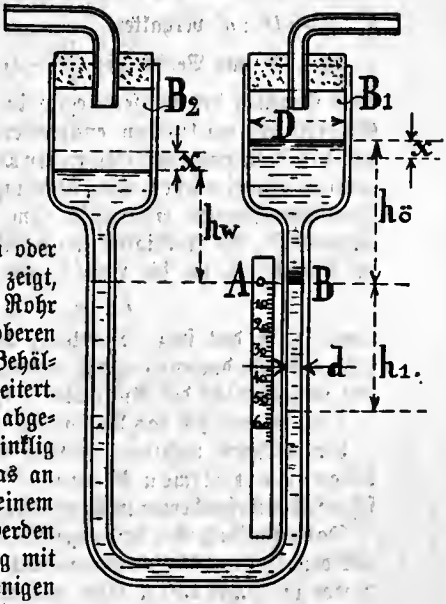


Fig. 15.
Zugmesser von Seeger und Aaron.

Der eine Behälter, rechts, wird z. B. mit gefärbtem Wasser, der andere, links, mit Anilinöl gefüllt oder rechts Solaröl, links verdünnter Weingeist eingegeben. Neben dem rechten Schenkel ist eine — in gewissen Grenzen verstellbare — Skala angeordnet, deren

1) Deutsche Patentschrift Nr. 19426.

Nullpunkt vor Beginn der Messung mit der Trennungsebene AB der beiden Flüssigkeiten in eine Horizontale eingestellt wird. Wird nun z. B. angenommen, daß in den Behälter B_1 Druck eingelassen werde, so wird derselbe die Flüssigkeit in B_1 nach unten drücken, z. B. um die Höhe x. Um denselben Betrag steigt die Flüssigkeit im Gefäß B_2, da vorausgesetzt ist, daß beide Gefäße genau gleichen Durchmesser besitzen. Da jedoch der Durchmesser d des U-Rohres wesentlich kleiner ist, als derjenige des Behälters B_1 so wird folgende Beziehung bestehen: Es muß $\frac{D^2\pi}{4} \cdot x = \frac{d^2\pi}{4} \cdot h_1$ sein, oder sich $h_1 : x = D^2 : d^2$ verhalten.

Ist z. B. das Verhältnis $\frac{D}{d} = 10$, also $\frac{D^2}{d^2} = 100$, so wird einer Senkung des Wasserspiegels in B_1 um 1 mm eine solche im Glasröhrchen um 100 mm entsprechen. Hieraus ist sofort ersichtlich, daß das Instrument mit sehr großer Multiplikation oder Übersetzung arbeitet, also eine sehr genaue Ablesung auch verhältnismäßig kleiner Druckschwankungen ermöglicht. Im Ruhezustand steht im rechten Schenkel B_1 die Flüssigkeit um h_δ über der Trennungslinie AB, im Schenkel B_2 um die Höhe h_w und besteht die Beziehung

$$h_\delta \cdot \gamma_1 = h_w \cdot \gamma_2,$$

worin z. B. das spez. Gewicht γ_1 des Solaröls 0,885 — 0,895 i. M. 0,89 ist, dasjenige γ_2 des verdünnten Weingeistes 0,92 ist, oder das spez. Gewicht des Anilinöls = 1,0245, dasjenige des Wassers = 1 ist, woraus sich das Verhältnis der Höhen h_δ und h_w ergibt.

Ein weiteres, wichtiges Beispiel der kommunizierenden Röhren bilden die artesischen Brunnen[1]). Dieselben sind in Deutschland schon seit Jahrhunderten in Anwendung, in China schon von Alters her.

Das erste Buch über derartige Brunnen stammt von Ramazini[2]) aus dem Jahre 1691, während nach Darmstädter[3]) schon Olimpiodor im Jahre 450 n. Chr. von artesischen Brunnen in Ägypten berichtet, welche eine Tiefe von 200 bis 500 Ellen hätten und das Wasser über die Erdoberfläche ausgössen, woselbst es zur Berieselung der Äcker benutzt worden sei.

Ihre Wirkung beruht auf dem Bestreben des in der Erde ent-

1) Sie führen ihren Namen nach der französischen Grafschaft Artois, in welcher zuerst viele Brunnen dieser Art angelegt wurden.

2) Nach Lexikon d. ges. Technik, I. Aufl. Bd. 1. S. 462.

3) L. Darmstädter, 4000 Jahre Pionierarbeit in den exakten Wissenschaften. Berlin 1904. S. 14.

haltenen Grundwassers, sich, sobald hierzu Gelegenheit gegeben ist, überall auf gleiche Höhe einzustellen.

In Fig. 16 ist ein schematischer Querschnitt durch einen Teil der Erdoberfläche gegeben. Wird bei A, wo man auf Wasser zu stoßen hofft, durch die verschiedenen, für das Wasser undurchlässigen Schichten ein Bohrloch gebohrt, bis man auf die Grundwasserschicht BC stößt, so wird, falls man das Bohrloch oben mit einem Rohr R abschließt, in demselben das Wasser sich auf eine Höhe h_1 über der Erdoberfläche einstellen, welche der Oberkante der höchsten Stelle B der wasserführenden Schicht W entspricht. Würde das Rohr nicht vorhanden sein, so würde das Wasser in einem senkrechten Strahl aufsteigen, dessen Höhe theoretisch gleich h_1 sein müßte, die aber in Wirklichkeit infolge der hydraulischen Widerstände[1]) und des Luftwiderstandes geringer ist. Die ganze hydrostatische Druckhöhe h im Rohr R ist gleich dem Niveauunterschied zwischen der höchsten Lage B der wasserführenden Schicht W und ihrer Einmündung bei C in das Steigrohr R.

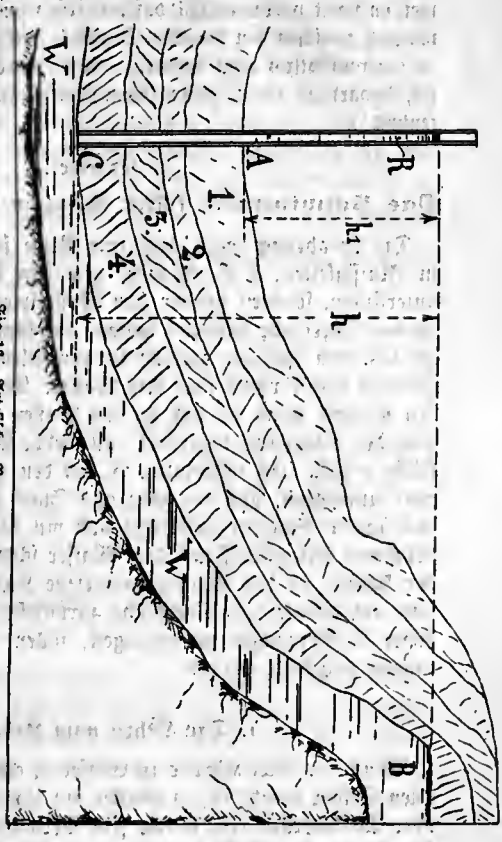


Fig. 16. Artesischer Brunnen.

1) S. weiter unten „Die hydraulischen Widerstände".

Es ist hierbei ganz gleichgültig, ob die Bodenerhebung, in welcher die höhere Schicht *B* liegt, in der Nähe der Bohrstelle *A* liegt, oder weit entfernt, vorausgesetzt, daß nur eine Kommunikation des Grundwassers zwischen den Punkten *B* und *C* stattfindet. Um festzustellen, ob voraussichtlich eine derartige wasserführende Schicht vorhanden sei, bedarf es einer geologischen Untersuchung der Bodenbeschaffenheit[1]).

2. Kapitel.

Das Schwimmen fester Körper in Flüssigkeiten.

Die Erfahrung zeigt, daß eine Reihe fester Körper, wenn sie in Flüssigkeiten, z. B. Wasser, geworfen werden, nicht dauernd untersinken, sondern wieder zum Wasserspiegel auftauchen und sich an der Oberfläche dauernd halten, auf dem Wasser schwimmen. In letzterem Zustand herrscht sodann Gleichgewicht zwischen dem Gewicht des Körpers und dem Wasser. Es fragt sich, welche Kraft den Körper, wenn er tief in das Wasser eingesunken ist, wieder nach der Oberfläche befördert und welche Kraft ihn auf der Oberfläche erhält. Es erscheint z. B. auf den ersten Blick widersinnig oder unmöglich, daß ein ganz aus Stahl und Eisen hergestelltes, mit starken Panzern armiertes und mit den schwersten Geschützen belastetes Kriegsschiff auf dem Wasser schwimmen kann, während der kleinste in das Wasser geworfene Kieselstein zu Boden sinkt und nie wieder zur Oberfläche zurückkehrt. Um zur Erklärung dieser Erscheinungen zu gelangen, sollen die folgenden Betrachtungen angestellt werden.

1. Die Lehre vom Auftrieb.

Wenn ein fester Körper in Wasser so eingetaucht ist, daß er von allen Seiten benetzt ist, so wirken auf ihn von allen Seiten Kräfte oder Wasserdrücke ein, welche sein Verhalten im Wasser bedingen. Sie können drei Fälle bewirken, 1. daß der Körper auf den Boden des Wassergefäßes untersinkt, 2. daß der Körper im Wasser schwe-

1) In neuester Zeit bedient man sich mit großem Glück zur Feststellung von Grundwasseradern der Wünschelrute und hat nach zweifelsfrei feststehenden, amtlich beglaubigten Mitteilungen speziell einer der Hauptförderer der Wassersuche mit der Wünschelrute, Herr von Uslar, in Südwestafrika an zahlreichen Orten auf diesem Wege Wasser gefunden und Bohrlöcher mit Erfolg graben lassen.

bend erhalten bleibt und 3. daß er zur Wasseroberfläche emporgehoben wird und dort schwimmt.

Zweifellos hängt das Verhalten des Körpers im Wasser mit seinem spezifischen Gewichte und mit seinem körperlichen Inhalte oder seinem Volumen zusammen. Denn während ein Würfel oder Zylinder aus Holz im Wasser schwimmt, sinkt ein ebenso großer Würfel oder Zylinder aus Eisen oder Stein im Wasser sofort unter.

In Fig. 17 sei ein Körper K dargestellt, welcher in ein Gefäß mit Wasser eingetaucht ist. Derselbe habe beispielsweise zylindrische Gestalt von der Grundfläche $F = \frac{d^2\pi}{4}$ und der Achsenlänge l. Auf den Körper wirken nun von allen Seiten her Horizontaldrücke, welche sich aber, da der Druck von allen Seiten gleich groß ist, gegenseitig aufheben und keinerlei Einfluß auf die Bewegung des Körpers haben. Anders verhält es sich dagegen mit den vertikalen Wasserdrücken.

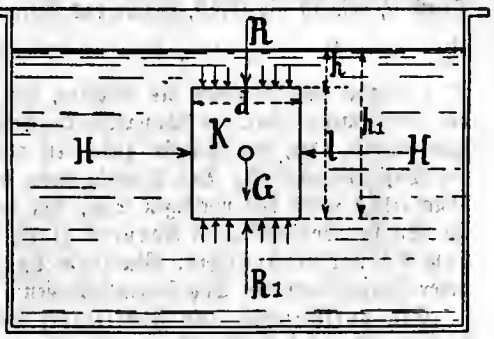


Fig. 17. Schwimmkörper.

Auf die obere kreisförmige Fläche des Zylinders wirkt eine Resultierende R aus allen Einzeldrücken auf die Flächeneinheit senkrecht nach unten, welche sich nach dem oben über den Bodendruck Gesagten aus der Gleichung berechnet:

$$R = F \cdot h \cdot \gamma = \frac{d^2\pi}{4} \cdot h \cdot \gamma.$$

Auf die untere Fläche wirkt die Kraft

$$R_1 = F \cdot h_1 \cdot \gamma = \frac{d^2\pi}{4} \cdot h_1 \cdot \gamma$$

senkrecht nach oben. Zu der nach unten wirkenden Kraft R kommt nun noch das Gewicht G des Körpers hinzu, so daß, falls Gleichgewicht herrschen soll, die Gleichung bestehen muß:

$$R + G = R_1.$$

Denn ist $R + G$ größer als R_1, so sinkt der Körper infolge des Überwiegens der beiden Kräfte $R + G$ über die nach aufwärts wirkende Kraft R_1 nach unten, ist $R + G$ dagegen kleiner als R_1, so vermag die letztere Kraft den Körper zu heben, also nach der Oberfläche hinaufzutreiben. Man hat daher diese Kraft, welche den Körper nach oben zu treiben sucht, den Auftrieb des Wassers genannt.

Aus dem Vorhergehenden geht sofort hervor, daß der Auftrieb nur dann den Körper hebt, wenn derselbe größer als der auf den Körper von oben wirkende Wasserdruck, vermehrt um das Eigengewicht des Körpers ist.

Von unten wirkt auf den Körper der Druck R_1, von oben der Druck R, also ist die Kraft, welche das Auftreiben bewirkt

$$R_0 = R_1 - R = F \cdot \gamma \cdot h_1 - F \cdot \gamma \cdot h = F \cdot \gamma (h_1 - h) = F \cdot \gamma \cdot l.$$

$F \cdot l$ ist aber das Volumen des Körpers, also auch das Volumen der Wassermenge oder des Wasserkörpers, welche mit dem Körper inhaltsgleich, oder, wie es heißt, gleich dem vom Körper verdrängten Wasservolumen ist. Das Gewicht dieses Körpers ist $F \cdot l \cdot \gamma$. Man erhält somit den wichtigen Satz, daß der Auftrieb eines im Wasser befindlichen Körpers gleich dem Gewicht der vom Körper verdrängten Wassermenge ist. In etwas anderer Form lautet der Satz folgendermaßen:

„Ein vollständig von Flüssigkeit umgebener Körper verliert durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit so viel von seinem Gewicht, als das Gewicht der von ihm verdrängten Wassermenge beträgt."

In dieser Form ist der Lehrsatz unter dem Namen des Archimedischen Prinzips bekannt. Dasselbe ist bereits im Jahre 250 v. Chr. G. von dem griechischen Gelehrten Archimedes entdeckt und auch von ihm zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes von festen Körpern (s. unten) angewandt worden.

Ist also das Eigengewicht des eingetauchten Körpers kleiner als das Gewicht der verdrängten Wassermenge oder G kleiner als R_0 ($G < G_0$), worin G_0 das Gewicht des verdrängten Wassers ist, so wird der Körper nach der Wasseroberfläche bewegt, sind beide Gewichte gleich, so schwimmt der Körper im Innern des Wassers, ist das Gewicht des Körpers größer, so sinkt er unter.

Steigt nun aber der Körper im Wasser infolge des Auftriebes nach der Oberfläche, so lehrt die Erfahrung, daß er schließlich zur

Ruhe kommt und auf der Oberfläche „schwimmt". Die Auftriebsbewegung hat aufgehört und es herrscht Gleichgewicht. Dieser Zustand soll im Folgenden weiter untersucht werden.

2. Das Schwimmen der Körper auf Flüssigkeiten.

In Fig. 18 ist dieser Fall dargestellt. Es soll wieder ein Körper von zylindrischer Form vorausgesetzt werden, welcher jedoch leichter als Wasser ist, z. B. ein hölzerner Zylinder. Derselbe liegt nun erfahrungsgemäß nicht auf dem Wasser, sondern taucht bis zu einer gewissen Tiefe in dasselbe ein. Diese sei mit h, die ganze Höhe des Körpers mit l, seine Fläche mit F und sein Gewicht mit G bezeichnet. Da der Körper teilweise eintaucht, so wirkt auf seine Unterfläche wieder die Kraft R_1, welche nach dem Früheren gleich ist dem Gewicht der vom Körper verdrängten Wassermenge. Die letztere ist $F \cdot h$, also ihr Gewicht $G_1 = R_1 = F \cdot h \cdot \gamma$.

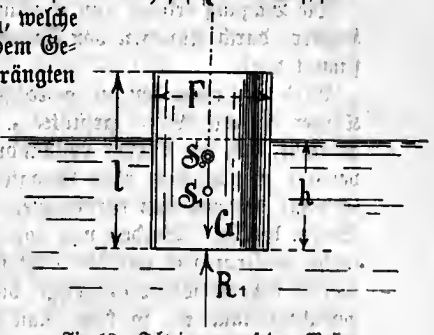


Fig. 18. Schwimmen auf dem Wasser.

Das Volumen des Zylinders ist $F \cdot l$, also sein Gewicht $G = F \cdot l \cdot \gamma_1$, worin γ_1 das spezifische Gewicht des Holzes ist, aus welchem der Zylinder besteht. Da nun Gleichgewicht besteht, so müssen beide Kräfte einander gleich und entgegengesetzt gerichtet sein, also

$$F \cdot h \cdot \gamma = F \cdot l \cdot \gamma_1 \quad \text{sein, oder}$$

$$h = \frac{\gamma_1}{\gamma} \cdot l \quad \text{oder auch} \quad \frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{h}{l}, \quad \text{d. h.}$$

„Ein fester Körper schwimmt auf dem Wasser bzw. auf einer Flüssigkeit, wenn sein spez. Gewicht kleiner ist als dasjenige des Wassers bzw. der Flüssigkeit und wenn sein Volumen größer ist als das Volumen des von ihm verdrängten Wassers; seine Eintauchtiefe ist seinem spez. Gewicht umgekehrt proportional."

Spezifisch leichter als Wasser sind unter anderen folgende feste Körper: die meisten Holzarten in lufttrockenem Zustande, Holzkohle, Koks, Gips in Formen gegossen, Eis, Kautschuk im

Rohzustand, Kork, Leder, Meerschaum, Papier, Paraffin, Getreide, Tuffsteinziegel.

Die vorerwähnten Lehrsätze vom Auftrieb und vom Schwimmen eines festen Körpers im Wasser geben ein sehr einfaches Mittel an die Hand, das spez. Gewicht eines festen Körpers zu bestimmen. Man benutzt hierzu die sogenannte hydrostatische Wage. Dieselbe ist eine gewöhnliche einfache Balkenwage[1]), deren eine Schale, z. B. rechtsseitige Wägungsschale jedoch höher hängt als die andere z. B. linksseitige oder Gewichtsschale. Unter der ersteren wird ein Haken angebracht, an welchen der Körper, dessen spez. Gewicht zu bestimmen ist, mittels eines sehr feinen Drahtes, eines Frauenhaares, Seidenfadens oder dgl. aufgehängt ist.

Die Wägung erfolgt nun zunächst derart, daß das Gewicht des Körpers durch Auflegen von Gewichten auf die Gewichtsschale bestimmt wird.

Wird nun unter den an der rechtsseitigen Wägeschale hängenden Körper ein mit Wasser gefülltes z. B. gläsernes Gefäß derart angebracht, daß der Körper vollständig in das Wasser eintaucht, so verliert er nach dem oben Gesagten an Gewicht so viel, als das Gewicht des von ihm verdrängten, also gleich großen Volumens Wasser beträgt. Werden nun von der Gewichtsschale so viel Gewichte entfernt oder auf die (rechtsseitige) Schale über dem Körper so viel neue Gewichte aufgelegt, bis die Wage wieder im Gleichgewichtszustand ist, so kann man aus der Gewichtsdifferenz das spez. Gewicht des Körpers leicht bestimmen.

1. Beispiel. Eine goldene Kette wiegt 48 g. Durch Eintauchen in Wasser verliert sie 3 g. Welche Zusammensetzung oder Legierung besitzt sie, wenn das spez. Gewicht des Goldes = 19,33, dasjenige des Silbers 10,5 beträgt?

Bezeichnet V das Volumen der Kette, γ das spez. Gewicht derselben, so ist ihr Gewicht

$$G = V \cdot \gamma = 48\,\text{g}.$$

Das Gewicht des verdrängten Wasservolumens g ist 3 g, also, da das Volumen dasselbe ist:

$$g = V \cdot \gamma_1 = 3\,\text{g},$$

worin $\gamma_1 = 1$ das spez. Gewicht des Wassers ist.

Aus der ersten Gleichung folgt

1) S. Mechanik I, ANuG 303, S. 17, Fig. 15.

$\gamma = \frac{G}{V}$ und, da $V = \frac{g}{\gamma_1}$

nach der zweiten Gleichung ist,

$$\gamma = G \cdot \frac{1}{V} = G \cdot \frac{\gamma_1}{g} = \frac{G}{g} \cdot \gamma_1 = \frac{48}{3} \cdot 1 = 16.$$

Die Gewichtsprozente von Gold seien mit x, diejenigen von Silber mit y bezeichnet. Dann bestehen die beiden Gleichungen

$$x \cdot 19{,}33 + y \cdot 10{,}5 = 16 \quad \text{und} \quad x + y = 1.$$

Aus beiden Gleichungen erhält man durch einfache Umformungen

$$x = 0{,}623 \quad \text{und} \quad y = 0{,}377,$$

woraus folgt, daß in der Kette von 48 g Gewicht $0{,}623 \cdot 48 = 29{,}9$ g Gold und 18,1 g Silber enthalten sind.

2. Beispiel. Ein Stein wiegt vor dem Eintauchen 95 g und verliert beim Eintauchen 38 g. Es ist also $G = 95$ g, $g = 38$ g, folglich

$$\gamma = \frac{G}{g} \cdot \gamma_1 = \frac{95}{38} = 2{,}5.$$

Das ist aber das spez. Gewicht des Quarzes.

Man ist also durch das angedeutete Verfahren in den Stand gesetzt, wenn man die Skala oder die Tabelle der spezifischen Gewichte zur Hand hat, den Stoff oder die Materie eines Körpers zu ermitteln.

3. Beispiel. Ein Stückchen Marmor wiegt vor dem Eintauchen 75 g, das Gewicht der verdrängten Wassermenge beträgt 27,62 g. Wie groß ist das spez. Gewicht dieses Marmors?

Nach dem Früheren ist $\gamma = \frac{G}{g} \cdot \gamma_1 = \frac{75}{27{,}62} \cdot 1 = 2{,}715$, welches nach den Tabellen dem spez. Gewicht des carrarischen Marmors, 2,72, nahezu entspricht.

4. Beispiel. Das angedeutete Verfahren kann nun auch zur Volumenbestimmung eines Körpers benutzt werden.

Eine gußeiserne Kugel habe ein Gewicht von 863 g, beim Eintauchen verliert dieselbe 119 g. Da ein cdm Wasser (= 1 Liter) 1000 g wiegt, so ist das Volumen V der Kugel

$$V = \frac{119}{1000} \text{ cdm} = 119 \text{ ccm}.$$

Da der Inhalt der Kugel sich aus der Formel $V = \pi \cdot \frac{d^3}{6}$ berechnet, so folgt hieraus der Durchmesser der Kugel zu

$$d = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} \cdot V} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 119}{3{,}1415}} = \sqrt[3]{227{,}29} = 6{,}105 \text{ cm}.$$

Die folgende Tabelle gibt für einige der wichtigsten festen Körper die spezifischen Gewichte[1]).

Eis	0,88—0,92
Wasser	1,00
Brennstoffe:	
Anthrazit	1,4 —1,7
Braunkohle	1,2 —1,5
Grobkohle	1,2 —1,5
Holzkohle	0,4
„ luftfrei	1,4 —1,5
Koks	0,4 —0,5
Steinkohle	1,2 —1,5
Torf	0,64—0,84

Holzarten:

	lufttrocken	frisch
Ahorn	0,53—0,81	0,83—1,05
Birke	0,51—0,77	0,80—1,09
Ebenholz	1,26	
Eiche	0,69—1,03	0,93—1,28
Fichte	0,35—0,60	0,40—1,07
Pockholz	1,17—1,39	
Kiefer	0,31—0,76	0,38—1,08
Kork	0,24	
Linde	0,32—0,59	0,58—0,87
Ulme	0,56—0,82	0,78—1,18
Weißbuche	0,62—0,82	0,92—1,25

Metalle:

Aluminium	2,56— 2,75
Aluminiumbronze	7,7
Blei	11,25—11,37
„ flüssig	10,37
Bronze	7,4 — 8,9
Eisen	7,79
Flußeisen	7,85
Gold	19,25—19,35
Gußeisen	7,25
„ flüssig	6,90
Kanonenmetall	8,44
Kupfer	8,8
„ flüssig	8,22
Lagermetall, Weißmetall	7,1
Messing	8,4 — 8,73
Neusilber	8,4 — 8,7
Nickel	8,9 — 9,2
Phosphorbronze	8,8
Platin	21,15—21,5
Silber	7,86
Wolframstahl	17,5

Steinarten:

Basalt	2,7 —3,2
Beton	1,8 —2,45
Diamant	3,5 —3,6
Glas	2,4 —3,9
Granit	2,51—3,05
Kalk, gebrannter	2,3 —3,2
Kies	1,8
Malachit	3,7 —4,1
Porzellan	2,4 —2,5
Quarz	2,5 —2,8
Sand	1,4 —1,5
Schwerspat	4,5
Ziegel	1,4 —2,0

Auf dem Prinzip des verschiedenen Auftriebes bzw. des Schwimmens in Flüssigkeiten bei verschiedenen spezifischen Gewichten beruhen die folgenden, vielfach angewandten Instrumente, die Aräo-

1) Nach Hüttentaschenbuch 16. Aufl., I. T., S. 864 ff.

meter oder Senkwagen, welche sowohl zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes von festen als auch von flüssigen Körpern dienen.

3. Das Aräometer.

Man unterscheidet bei demselben zwei Arten, die Gewichtsaräometer und die Skalenaräometer. Zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes von festen Körpern, welche im Wasser unlöslich sind, dient zunächst das zur ersteren Klasse gehörende Aräometer von Nicholson, Fig. 19. Dasselbe besteht aus einem länglichen hohlen, meist aus dünnem Metallblech hergestellten Zylinder B mit zwei konischen Spitzen, an deren unterer eine siebförmige Schale C mit daran befindlichem Gewicht angebracht ist, um den zu wägenden Körper aufzunehmen, auf deren oberer ein dünnes Stäbchen mit einer kleinen Gewichtsschale A befestigt ist. Durch das unter der Schale C befindliche Gewicht wird der Schwerpunkt der Wage sehr tief gelegt und dieselbe stets in lotrechter Stellung im Wasser schwebend erhalten. Soll nun das spezifische Gewicht eines im Wasser unlöslichen Körpers, z. B. eines Minerals, bestimmt werden, so wird dasselbe in die Schale C gelegt. Die Marke 0 an dem Stäbchen muß stets mit dem Wasserspiegel abschneiden.

Fig. 19.
Aräometer von Nicholson.
Aus: Weißbach-Herrmann, Ingenieurmechanik, 3. Aufl. 1875. I. Teil, Theoretische Mechanik.

Ist z. B. G_1 das Gewicht, welches erforderlich ist, damit die im Wasser schwimmende Wage bis zur Marke 0 einsinkt, G_2 das absolute Gewicht des Körpers, dessen spezifisches Gewicht bestimmt werden soll, so wird dieser Körper zunächst auf die obere Schale A gelegt. Dann ist, damit er bis zur Marke 0 einsinkt, noch ein Gewicht G_3 zu ihm auf die Schale zu legen. Es ist also dann das absolute Gewicht des Körpers, da $G_2 + G_3 = G_1$ war,

$$G_2 = G_1 - G_3.$$

Nun wird die Wage wieder aus dem Wasser herausgenommen und der Körper in die Schale C gelegt und hierauf die Wage wieder eingesenkt. Vermöge des Auftriebes des auf der Schale C befindlichen Körpers wird jetzt die Wage nicht so tief einsinken, und

ist nunmehr zu G_3 nur noch das Gewicht G_4 auf die Wagschale zu legen, damit die Senkwage wieder bis zur Marke 0 einsinkt. Nach dem oben, S. 31, Ausgeführten ist das spezifische Gewicht nun gleich dem absoluten Gewicht geteilt durch das Gewicht der verdrängten Wassermenge, also durch die Größe des Auftriebes. Es ist also

$$\gamma = \frac{G_2}{G_4}, \quad \text{d. h.} \quad \frac{\text{absolutes Gewicht}}{\text{Gewicht des verdrängten Wassers}}.$$

Beispiel. Das Gewicht G_1 ist für ein Aräometer $= 100$ g; das Gewicht G_3, welches zu dem auf der oberen Schale liegenden Körper noch hinzuzufügen war, sei $= 35{,}4$ g gewesen, dann ist das absolute Körpergewicht $G_2 = G_1 - G_3 = 100 - 35{,}4 = 64{,}6$ g. G_4 betrug 14,36 g, also $\gamma = \frac{64{,}6\text{ g}}{14{,}36} = 4{,}5$, welches spezifische Gewicht nach der vorstehenden Tabelle dem Schwerspat zugehört.

Fig. 20. Aräometer von Fahrenheit. Aus: Weißbach-Herrmann, Ingenieurmechanik, 3. Aufl. 1875. I. Teil, Theoretische Mechanik.

Zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Flüssigkeiten dient das Aräometer von Fahrenheit, welches in Fig. 20 abgebildet ist. Dasselbe besteht aus einem birnenförmigen Glaskörper B mit einer Glaskugel am unteren Ende, welche mit Quecksilber gefüllt ist, und einem schmalen Hals mit der Marke 0, welcher oben eine kleine Platte zum Auflegen der Gewichte trägt. Dieses Aräometer wird zunächst in Wasser und sodann in die Flüssigkeit eingesenkt, deren spezifisches Gewicht zu bestimmen ist. Bezeichnet noch V das Volumen des Aräometers bis zur Marke 0, γ_1 das spezifische Gewicht des Wassers und γ_2 das zu ermittelnde spezifische Gewicht und endlich G das Gewicht des Aräometers, so ist beim Schwimmen in Wasser auf die Schale A das Gewicht G_1 aufzulegen, damit die Senkwage bis zur Marke 0 niedersinkt, beim Schwimmen in der anderen Flüssigkeit das Gewicht G_2.

In beiden Fällen ist das von der Wage verdrängte Flüssigkeitsvolumen dasselbe, und man hat somit

$$V \cdot \gamma_1 = G + G_1 \quad \text{und}$$

$$V \cdot \gamma_2 = G + G_2,$$

woraus folgt

$$\gamma_1 = \frac{1}{V} \cdot (G + G_1) \quad \text{und} \quad \gamma_2 = \frac{1}{V}(G + G_2),$$

also

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{G + G_2}{G + G_1}$$

Beispiel. Das Gewicht des Aräometers sei $G = 150$ g. Für Wasser sei $G_1 = 20$ g gewesen, G_2 für drei verschiedene Flüssigkeiten nacheinander zu 71 g, 171,3 g und 9,8 g bestimmt. Welches sind die spezifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten und welche Flüssigkeiten wurden untersucht?

a) $$\gamma_2 = 1 \cdot \frac{150 + 71}{150 + 20} = \frac{221}{170} = 1{,}3.$$

Die entsprechende Flüssigkeit ist nach der oben S. 7 angegebenen Tabelle Kalilauge.

b) $$\gamma_2 = 1 \cdot \frac{150 + 171{,}3}{150 + 20} = \frac{321{,}3}{170} = 1{,}89,$$

welches spezifische Gewicht nach derselben Tabelle dasjenige der rauchenden Schwefelsäure ist.

c) $$\gamma_2 = 1 \cdot \frac{150 + 9{,}8}{150 + 20} = \frac{159{,}8}{170} = 0{,}94,$$

das ist das spezifische Gewicht des Leinöls.

Eine Ausführung eines Skalenaräometers ist in Fig. 21 abgebildet.

Dasselbe unterscheidet sich von den Gewichtsaräometern dadurch, daß keine Gewichte zur Wägung benötigt werden, daß vielmehr das spezifische Gewicht der zu untersuchenden Flüssigkeit sofort an der Skala des Instruments abgelesen werden kann.

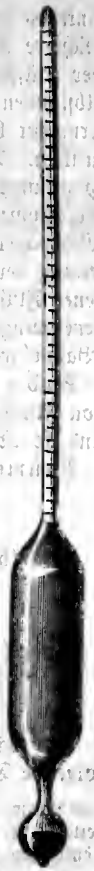


Fig. 21. Skalenaräometer. Aus: Weißbach-Herrmann, Ingenieurmechanik, 3. Aufl. 1875. I. Teil, Theoretische Mechanik.

Der mittlere Teil des Instruments ist dem Nicholsonschen Aräometer ähnlich, nur besitzt derselbe am unteren Ende ebenso wie das Fahrenheitsche Aräometer eine mit Quecksilber gefüllte Glaskugel. Nach oben schließt sich eine lange, dünne, oben geschlossene Glasröhre, die Skala, an, welche unten den Nullpunkt trägt. Beim Eintauchen in Wasser sinkt das Instrument bis zum Nullpunkt nieder. Beim Eintauchen in eine schwerere Flüssigkeit

sinkt es weniger tief ein, während es beim Eintauchen in eine leichtere Flüssigkeit tiefer als bis zur Nullmarke einsinkt, so daß der Flüssigkeitsspiegel zwischen den beiden Marken liegt. Aus den Abständen der Markpunkte läßt sich an der Hand einer dem Instrument beigegebenen Tabelle das spezifische Gewicht sofort ermitteln. Diese Instrumente sind besonders zur Bestimmung der spezifischen Gewichte von Alkohol, als Alkoholometer, Milch, als Galaktometer, Zuckerlösungen, als Saccharimeter, Weinmost, als Mostwagen, ferner für Bierwürze usw. in Gebrauch. Die Einteilung der Skalen auf den Instrumenten ist je nach den verschiedenen Flüssigkeiten verschieden und ebenso die verschiedenen Gradbenennungen. Die bekanntesten sind die Aräometer von Baumé (Baumégrade), Cartier, Beck und Brix[1]).

Sind n die Aräometergrade, σ_l und σ_s die spezifischen Gewichte von Flüssigkeiten, welche leichter (σ_l) oder schwerer (σ_s) als Wasser sind, so ist[2]) bei dem Aräometer nach

Baumé (bei 12,5° Temp.)

$$\sigma_l = \frac{145{,}88}{145{,}88 + n} \quad \text{und} \quad \sigma_s = \frac{145{,}88}{145{,}88 - n}$$

Beck (bei 12,5° Temp.)

$$\sigma_l = \frac{170}{170 + n} \quad \text{und} \quad \sigma_s = \frac{170}{170 - n}$$

Brix (bei 15,6° Temp.)

$$\sigma_l = \frac{400}{400 + n} \quad \text{und} \quad \sigma_s = \frac{400}{400 - n}$$

Für wässerigen Alkohol (Lösungen von Alkohol in Wasser) gilt folgende Tabelle

100 Raumteile R. T. enthalten							
	Alkohol R. T.	1	5	10	20	30	40
	Wasser R. T.	99,06	95,31	90,71	81,71	72,71	63,41
so ist das spez. Gewicht		0,999	0,993	0,987	0,976	0,966	0,952
100 Raumteile R. T. enthalten	Alkohol R. T.	50	60	70	80	90	95
	Wasser R. T.	53,70	34,66	33,38	22,82	11,88	6,15
so ist das spez. Gewicht		0,934	0,913	0,890	0,864	0,834	0,816

Um die entsprechenden Alkohol-Gewichtsprozente (G. T.) zu er-

1) Näheres s. Lexikon der gesamten Technik 2. Aufl., Bd. I, S. 265.
2) Nach „Hüttentaschenbuch" XVI. Aufl. Bd 1. S. 869.

halten, hat man die Alkohol R. T. durch das zugehörige spez. Gewicht zu dividieren, und mit 0,7946 zu multiplizieren.

Einem Raumverhältnis von 40 % Alkohol entspricht also ein Gewichtsverhältnis

$$GT = \frac{40}{0{,}952} \cdot 0{,}7946 = 42{,}017 \cdot 0{,}7946 = 33{,}39 \text{ Gewichts-\%}.$$

1. Beispiel. Eine Flüssigkeit zeigt nach Baumé 66,5° bei der Messung. Wie groß ist ihr spez. Gewicht, und welche Grade zeigt dieselbe Flüssigkeit bei Aräometern von Beck und Brix?

Aus der ersten Gleichung folgt

$$\sigma_l = \frac{145{,}88}{145{,}88 + 66{,}5} = 0{,}686.$$

Nach Beck ist

$$\sigma_l = \frac{170}{170 + n}, \quad \text{oder} \quad 0{,}686 = \frac{170}{170 + n}$$

daraus $n = \frac{170(1 - 0{,}686)}{0{,}686} = 53{,}4°$

Nach Brix ist

$$\sigma_l = \frac{400}{400 + n}, \quad \text{oder} \quad 0{,}686 = \frac{400}{400 + n}$$

woraus folgt: $n = \frac{400(1 - 0{,}686)}{0{,}686} = 183°.$

2. Beispiel. Welche Grade zeigt das wasserfreie Glyzerin, dessen spez. Gewicht $\sigma_s = 1{,}26$ ist, bei Baumé, Beck und Brix?

Nach Baumé ist

$$\sigma_s = \frac{145{,}88}{145{,}88 - n}, \quad \text{also} \quad n = \frac{145{,}88\,(\sigma_s - 1)}{\sigma_s},$$

also

$$n = \frac{145{,}88\,(1{,}26 - 1)}{1{,}26} = 145{,}88 \cdot \frac{0{,}26}{1{,}26} = 145{,}88 \cdot 0{,}2063 = 30{,}10°.$$

Nach Beck ist

$$\sigma_s = \frac{170}{170 - n}, \quad \text{also} \quad n = \frac{170\,(\sigma_s - 1)}{\sigma_s}$$

also $n = \frac{170 \cdot 0{,}26}{1{,}26} = 170 \cdot 0{,}2063 = 35{,}07°.$

Nach Brix endlich ist

$$\sigma_s = \frac{400}{400 - n}, \quad \text{also} \quad n = 400 \cdot 0{,}2063 = 82{,}52°.$$

3. Beispiel. Das spez. Gewicht der reinen Milch ist 1,03 bei 0^0. Welche Gradzahl nach Baumé entspricht demselben und welche, wenn dieselbe zu $^1/_4$ mit Wasser verdünnt ist?

Es ist bei Baumé

$$\sigma_s = \frac{145{,}88}{145{,}88 - n}, \quad \text{also} \quad n = \frac{145{,}88(\sigma_s - 1)}{\sigma_s} = \frac{145{,}88 \cdot 0{,}03}{1{,}03}$$

$$= 145{,}88 \cdot 0{,}0291 = 4{,}25^0 \text{ B}.$$

Bei einer Verdünnung der Milch mit $^1/_4$ Wasser enthält 1 Liter

0,75 l Milch vom spez. Gewicht 1,03

+ 0,25 l Wasser „ „ „ 1,00

Das spez. Gewicht der Mischung ist also

$$0{,}75 \cdot 1{,}03 + 0{,}25 \cdot 1 = 0{,}7725 + 0{,}25 = 1{,}0225.$$

Daraus folgt $n = \frac{145{,}88 \cdot 0{,}0225}{1{,}0225} = 3{,}21^0$ B.

Sobald also das Aräometer von Baumé bei 0^0 unter $4{,}25^0$ zeigt, ist die Milch mit Wasser verdünnt.

4. Die Stabilität schwimmender Körper.

Die Stabilität eines im Wasser schwimmenden Körpers ist die Größe des Bestrebens desselben, immer wieder, wenn er in eine mit der Ruhe- oder Gleichgewichtslage nicht zusammenfallende, schräge oder geneigte Lage durch irgend welche äußeren Kräfte gebracht ist, in die Ruhe- oder Gleichgewichtslage zurückzukehren. Je stabiler also ein schwimmender Körper, z. B. ein Boot oder ein Schiff ist, desto rascher und leichter wird er in seine Gleichgewichtslage zurückkehren. In Fig. 22 ist z. B. der Querschnitt eines Schiffskörpers schematisch dargestellt, und zeigt die linke Figur a) die Gleichgewichtsstellung, die rechte b) dagegen die schiefe Stellung.

Wie sofort aus der Figur zu ersehen ist, liegen in der Gleichgewichtslage der Schwerpunkt S_0 des — zur mittleren lotrechten Längsebene als vollkommen symmetrisch gedachten — Schiffskörpers und der Schwerpunkt S_1 der vom eingetauchten Schiffsrumpf verdrängten Wassermenge in einer lotrechten Geraden übereinander.

Man nennt bei einem Schiffe diese verdrängte Wassermenge das Deplacement und bezeichnet also den Schwerpunkt S_1 als den Deplacementsschwerpunkt. Das Gewicht des Deplace-

ments ist daher gleich dem Gesamtgewicht des Schiffes einschließlich der Ladung, der Bemannung usw.

Während die Gleichgewichtslage nur bei windstillem Wetter vom

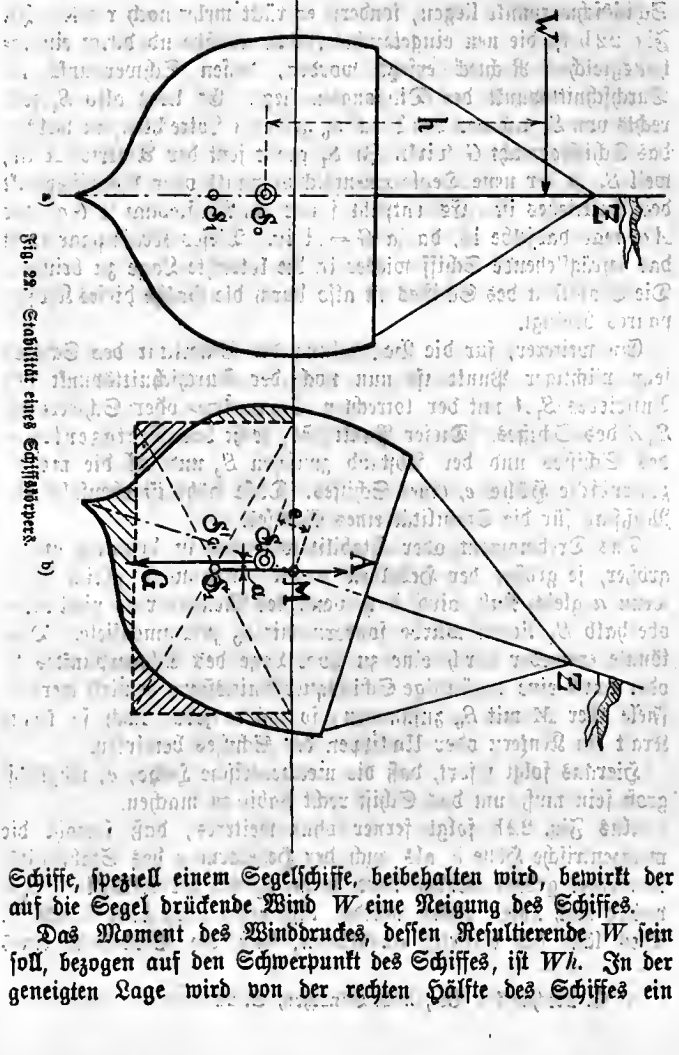


Fig. 23. Stabilität eines Schiffskörpers.

Schiffe, speziell einem Segelschiffe, beibehalten wird, bewirkt der auf die Segel drückende Wind W eine Neigung des Schiffes.

Das Moment des Winddruckes, dessen Resultierende W sein soll, bezogen auf den Schwerpunkt des Schiffes, ist Wh. In der geneigten Lage wird von der rechten Hälfte des Schiffes ein

größerer Teil als von der linken in das Wasser getaucht werden, das Deplacement wird zwar inhaltlich genau ebenso groß bleiben, aber seine Form verändern.

Auch der Deplacementsschwerpunkt wird nicht mehr unter dem Schiffsschwerpunkt liegen, sondern er rückt mehr nach rechts. In Fig. 22b ist die neu eingetauchte Fläche annähernd durch ein inhaltsgleiches Rechteck ersetzt worden, dessen Schwerpunkt im Durchschnittspunkt der Diagonalen liegt. Es liegt also S_1 jetzt rechts von S_0 und von der durch S_0 gelegten Lotrechten, in welcher das Schiffsgewicht G wirkt. In S_1 greift jetzt der Auftrieb A an, weil S_1 ja der neue Deplacementsschwerpunkt oder Angriffspunkt des Auftriebes ist. Es entsteht somit ein Kräftepaar[1]) Ga oder Aa, was dasselbe ist, da ja $G = A$ ist. Dieses Kräftepaar sucht das schrägstehende Schiff wieder in die lotrechte Lage zu bringen. Die Stabilität des Schiffes ist also durch die Größe dieses Kräftepaares bedingt.

Ein weiterer, für die Beurteilung der Stabilität des Schiffes sehr wichtiger Punkt ist nun noch der Durchschnittspunkt des Auftriebes $S_1 A$ mit der lotrechten Symmetrie- oder Schwerachse $S_0 Z$ des Schiffes. Dieser Punkt, M, heißt das Metazentrum des Schiffes und der Abstand zwischen S_0 und M die metazentrische Höhe, e, eines Schiffes. Diese Höhe ist ebenfalls ein Maßstab für die Stabilität eines Schiffes.

Das Drehmoment oder Stabilitätsmoment ist demnach um so größer, je größer der Hebelarm a wird, und wird gleich Null, wenn a gleich Null wird, d. h. wenn des Metazentrum nicht mehr oberhalb S_0 liegen würde sondern mit S_0 zusammenfiele. Dies könnte entweder durch eine zu hohe Lage des Schwerpunktes S_0 oder durch eine ungünstige Schiffsquerschnittsform bewirkt werden. Fiele aber M mit S_0 zusammen, so würde jede, noch so kleine Kraft ein Kentern oder Umkippen des Schiffes bewirken.

Hieraus folgt sofort, daß die metazentrische Höhe, e, möglichst groß sein muß, um das Schiff recht stabil zu machen.

Aus Fig. 22b folgt ferner ohne weiteres, daß sowohl die metazentrische Höhe e, als auch der Hebelarm a des Stabilitätsmomentes größer werden wird, wenn S_0 auf der Mittellinie $S_0 Z$ weiter nach unten rücken würde, also etwa nach dem Punkt S'. Dies läßt sich derartig ausdrücken, daß die Stabilität eines

1) S. Mechanik I. Bd., 303. Bändchen, S. 24.

Schiffes vermehrt wird, wenn der Gesamt-Schwerpunkt des Schiffes tiefer gelegt wird. Dies kann geschehen durch eine andere Art der Ladungsverteilung, durch möglichst tiefe Lage der Maschinen und Kessel, der Kohlenbunker bei Dampfschiffen oder durch Aufnahme von möglichst viel Ballast in die tiefsten Räume des Schiffes. Ein Schiff ist daher um so stabiler, je tiefer sein Schwerpunkt liegt. — Auf die weiteren Untersuchungen der Stabilitätsverhältnisse unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Schiffsform kann hier aus Raummangel nicht näher eingegangen werden. Von Interesse dürften aber noch folgende Angaben sein.

Der Schwerpunkt eines unbeladenen Schiffes liegt ungefähr in $\frac{1}{3}$ der ganzen Höhe vom oberen Schiffsrand gerechnet, bei Schiffen mit Doppelboden in 0,4 dieser Höhe von oben gemessen und der Länge des Schiffes nach etwa 0,3 bis 0,6 m hinter dem Mittellot zwischen den Endloten, welche die ganze Schiffslänge markieren.

Bei einem vollbeladenen Schiff setzt sich das Gesamtgewicht, welches dem Deplacement gleich ist, folgendermaßen zusammen [1]):

1. Totes Gewicht
   - a. Eigengewicht des Schiffskörpers nebst innerer und Deckseinrichtung,
   - b. Gewicht der Bemastung mit Segeln, Takelage, Rundhölzern und Reserveteilen,
   - „ der Anker, Ketten und Trossen,
   - „ der Boote mit Ausrüstung,
   - „ der Kombüsen, Wasserkasten und des Inventars,
   - „ des Zements und der Farbe,
   - c. Gewicht der Mannschaften mit Ausrüstung, Lebensmitteln, Wasser, Brennstoff,
   - „ des Materials zur Instandhaltung und Ausbesserung des Schiffskörpers,
   - d. Gewicht der Maschine und Kessel, des Wassers in den Kesseln und im Kondensator, des Treibapparates (Schrauben und Schraubenwellen) mit Zubehör, der Reserveteile,
   - e. Gewicht der Kohlen und des Ballastes.
2. Nützliche Zuladung
   - a. Gewicht der Frachtgüter,

1) Nach „Hüttentaschenbuch" 16. Aufl. II. Bd. S. 372.

b. Gewicht der Reisenden mit Gepäck und Lebensmitteln,
c. bei Kriegsschiffen: Gewicht der Geschütze, der Handwaffen, der Munition, der Torpedoausrüstung, des Panzers mit Holzhinterlage, der Besatzung.

Zur angenäherten Berechnung des gesamten Schiffsgewichtes oder Deplacementgewichtes P dient die Formel $P = \gamma \cdot L \cdot B \cdot T \cdot \delta$, worin $\gamma = 1{,}025$ Ton/cbm das spez. Gewicht des Seewassers ist (für Süßwasser ist natürlich $\gamma = 1{,}0$ zu setzen) L, B und T die Länge zwischen den Endloten, die größte Breite in der Deckshöhe und T den Tiefgang von der Wasserlinie bis zur Unterkante des Kiels und δ den sogenannten Völligkeitsgrad des Deplacements bedeutet.

Das Eigengewicht des Schiffes beträgt bei gewöhnlichen Handelsschiffen etwa 0,3 bis 0,35 P, bei Passagierdampfern 0,48 bis 0,50 P. Der Völligkeitsgrad δ ist bei gewöhnlichen Frachtdampfern = 0,65 bis 0,73, bei Doppelschrauben-Schnelldampfern = 0,58 bis 0,63.

Für das Verhältnis der Länge zur Breite, und des Tiefgangs zur Breite werden verschiedene, erfahrungsgemäß festgesetzte Annahmen gemacht, so z. B. $L : B = 6$ bis 8 für Frachtdampfer, = 8 bis 10 für Transatlantische Schnelldampfer und $T : B$ entsprechend 0,40 bis 0,52 bzw. 0,43 bis 0,49. Wird also die Breite zunächst angenommen, so lassen sich daraus die übrigen Maße für Überschlagsberechnungen ableiten.

Beispiel. Ein Seedampfer hat eine größte Breite $B = 15$ m, es ist sein Deplacement und sein Schwerpunkt zu berechnen.

Aus dem Verhältnisse $T : B = 0{,}52$ folgt $T = 0{,}52 \cdot 15 = 7{,}8$ m und $L : B = 10$ folgt $L = 150$ m. Wird der Völligkeitsgrad $\delta = 0{,}63$ angenommen, so folgt

$$P = \gamma \cdot L \cdot B \cdot T \cdot \delta = 1{,}025 \cdot 150 \cdot 15 \cdot 7{,}8 \cdot 0{,}63 = 11337 \text{ Tonnen.}$$

Das Eigengewicht ergibt sich daraus zu $G = 0{,}5 \cdot P = 5668$ Tonnen. Da der Schiffsschwerpunkt etwa 0,4 H von der Oberkante des Schiffsrandes entfernt liegt, so soll angenommen werden, daß dieselbe 5 m über dem Wasserspiegel liege, dann ist $H = T + 5 = 7{,}8 + 5 = 12{,}8$ m. Der Schwerpunkt des Schiffes liegt dann 5,12 m unter der Oberkante, also 0,12 m unter dem Wasserspiegel. Dies gilt jedoch nur für den unbeladenen Zustand. Bei voller Belastung sinkt der Schwerpunkt wesentlich tiefer ein.

5. Das Schwimmen unter Wasser.

Soll ein Körper unter Wasser, also unter der Wasseroberfläche schwimmen, so muß sein Gewicht dem Auftrieb gerade gleich sein. Es herrscht dann Gleichgewicht zwischen dem Auftrieb und dem Gewicht des schwimmenden Körpers. Soll derselbe in tiefere Regionen untertauchen können, so müssen Vorrichtungen mit ihm verbunden sein, das Deplacement zu verringern, wodurch auch sein Auftrieb verringert wird und das Gewicht größer als letzterer wird. Hierzu kann der schwimmende Körper mit einem teleskopartig aus- und einschiebbaren Ansatz versehen sein, durch welchen leicht das Volumen des Körpers, also auch sein Deplacement und sein Auftrieb verändert werden kann.

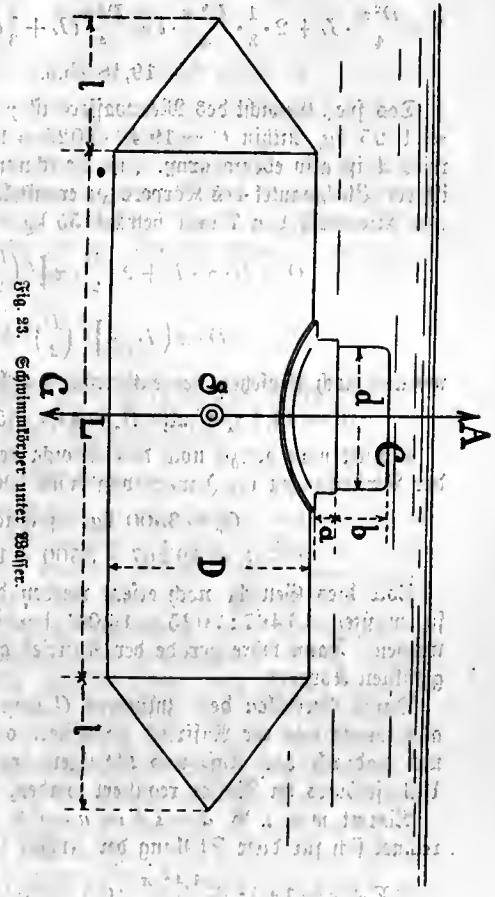


Fig. 23. Schwimmkörper unter Wasser.

Beispiel. In Fig. 23 ist ein schiffsartiger Körper dargestellt, dessen Länge $L^0 = L + 2\,l = 8{,}6$ m, $l = 1{,}8$ m und Durchmesser $D = 2$ m beträgt. Es sind die Bedingungen zu ermitteln, unter welchen er im Wasser schwimmt.

Der Körper sei aus Eisenblech von 7 mm Dicke hergestellt.

Zur Berechnung des Auftriebs ist das ganze Volumen des Körpers zu berechnen. Hierbei sei zunächst angenommen, daß der teleskopartige Zylinder C fehle.

Dann ist

$$V = \frac{D^2\pi}{4} \cdot L + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{D^2\pi}{4} \cdot l = \frac{D^2\pi}{4}\left(L + \frac{2}{3}l\right) = \frac{2^2\pi}{4} \cdot \left(5 + \frac{2}{3} \cdot 1{,}8\right)$$

$$= 19{,}48 \text{ cbm}.$$

Das spez. Gewicht des Meerwassers ist $\gamma = 1{,}025$, also 1 cbm $= 1025$ kg, mithin $G = 19{,}48 \cdot 1025 = 19967$ kg. Der Auftrieb A ist also ebenso groß. Zur Berechnung des Eigengewichtes ist der Blechmantel des Körpers zu ermitteln. Das Gewicht eines qm Eisenblech von 7 mm beträgt 55 kg. Die Mantelfläche ist:

$$O = D \cdot \pi \cdot L + 2 \cdot \frac{D}{2} \cdot \pi \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + l^2}$$

$$= D \cdot \pi \left(L + \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + l^2}\right)$$

woraus nach Einsetzen der entsprechenden Werte folgt:

$$O = 44{,}4 \text{ qm, also } G_e = 44{,}4 \cdot 55 = 2442 \text{ kg}.$$

Rechnet man hierzu noch das Gewicht der Nieten, Laschen und der Versteifungen im Innern von rund 1000 kg, so ist

$$G_e \sim 3500 \text{ kg}, \quad \text{folglich}$$

$$A - G_e = 19\,967 - 3500 = 16\,467 \text{ kg}.$$

Soll dies Gewicht noch ersetzt werden durch Seewasserballast, so müßten $16\,467 : 1025 = 16{,}06$ cbm Seewasser eingelassen werden. Dann wäre gerade der Auftrieb gleich dem Gewicht des gefüllten Körpers.

Durch Verstellen des Zylinders C vom Innern des Körpers aus könnte nun der Auftrieb verkleinert oder vergrößert werden und dadurch das Auf- und Absteigen des Körpers, z. B. eines Unterseebotes im Wasser reguliert werden.

Nimmt man z. B. $d = 1{,}4$ m, $a = 0{,}3$ m, $b = 0{,}5$ m, so berechnet sich für diese Stellung der Inhalt zu

$$V + v = 19{,}48 + \frac{1{,}4^2 \cdot \pi}{4} \cdot (0{,}3 + 0{,}5) = 19{,}48 + 1{,}23$$

$$= 20{,}71 \text{ cbm}$$

und

$$G = 20{,}71 \cdot 1025 = 21228 \text{ kg}.$$

Das Mehrgewicht des Schwimmkörpers durch den Aufsatz C beträgt

$$G = \left[\frac{d^2\pi}{4} + d\,\pi\cdot(a+b)\right]\cdot 55 = [1{,}54 + 3{,}52]\cdot 55 = 278{,}3$$
$$\sim 300 \text{ kg},$$

also

$$G_e \sim 3500 + 300 \sim 3800 \sim 4000 \text{ kg}.$$

Es müssen also jetzt $21228 - 4000 = 17228$ kg oder 16,8 cbm Seewasser als Ballast eingelassen werden.

Durch Einziehen des Ansatzes C würde der Auftrieb verringert, so daß der Schwimmkörper untersinken würde, durch Ausschieben über die Höhe b würde der Auftrieb größer als das Eigengewicht gemacht, so daß der Schwimmkörper an die Wasseroberfläche zurückkehren würde.

II. Teil.

Die Dynamik der flüssigen Körper oder Hydraulik.

Einleitung.

Die Dynamik hat die Gesetze zu untersuchen, nach welchen die Bewegungen von Flüssigkeiten vor sich gehen. Da diese jedoch, wenn sie nicht von festen Körpern umgeben wären, auseinanderfließen würden, so hat man diese Untersuchungen auszudehnen auf die Form und die Oberflächenbeschaffenheit dieser, die Flüssigkeiten aufnehmenden festen Körper oder Leitungen. Diese letzteren können entweder allseitig geschlossen sein, und werden dann als Rohrleitungen oder Rohre bezeichnet, oder oben offen sein, in welchem Falle man die Leitungen Kanäle nennt. Während aber im ersteren Fall die Flüssigkeiten beliebig hohen Drücken ausgesetzt werden können, falls nur die Wandungen der Rohre dementsprechend genügend stark gemacht werden, ist dies bei offenen Leitungen oder Kanälen nicht der Fall. In diesen bewegt sich das Wasser nur unter dem Einfluß des Eigengewichtes, also wirkt nur die Schwerkraft auf dasselbe.

Es sind ferner die Gesetze zu untersuchen, nach welchen die Flüssigkeiten aus Gefäßen oder Leitungen ausfließen, wie sie sich ferner verhalten bei veränderlichen Querschnitten der Leitungen,

gegen Widerstände in denselben, beim Anstoßen gegen Flächen usw. Endlich sind die Einflüsse der Wandungen der festen Körper, an welchen sie vorbeifließen oder die sogenannten hydraulischen Widerstände zu untersuchen. Für die ersten Betrachtungen sollen die Voraussetzungen gemacht werden, daß 1. keine Reibungs- oder Bewegungswiderstände vorhanden wären, daß 2. die Flüssigkeiten vollkommen unelastisch wären — wie es ja auch in der Wirklichkeit fast der Fall ist, und daß 3. alle Gesetze für Wasser abgeleitet werden sollen, von welchem sich die übrigen Flüssigkeiten ja

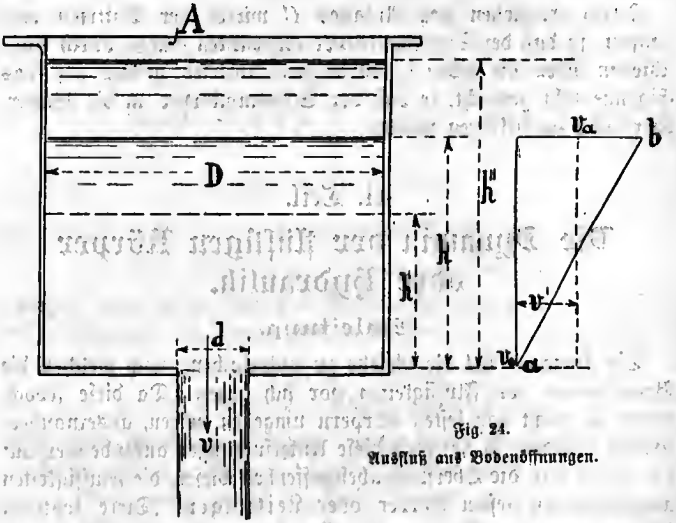


Fig. 24.
Ausfluß aus Bodenöffnungen.

nur durch ihr spezifisches Gewicht und eine größere oder geringere Viskosität oder Klebrigkeit unterscheiden.

1. Kapitel.

Der Ausfluß von Flüssigkeiten aus Gefäßen.

1. Abfluß- und Zuflußmenge sind gleich.

Die einfachste Form der Bewegung, welche das Wasser ausführen kann, ist diejenige des Ausflusses senkrecht nach unten.

Es sei in Fig. 24 *A* ein zylindrisch gedachtes Gefäß vom Durchmesser *D*, in welchem der Wasserspiegel um die Höhe *h* vom Boden

entfernt ist. In letzterem befinde sich eine kreisförmige Öffnung vom Durchmesser d. Über letzterer steht also ein Wasserzylinder vom Inhalt

$$V_0 = \frac{d^2\pi}{4} \cdot h$$

und vom Gewichte $G = V_0 \cdot \gamma$, worin $\gamma = 1000$ kg/cbm ist. Da das Wasser nach unten frei ausfließt, also nur der Wirkung der Schwerkraft unterliegt, so gilt für das Wasser dasselbe Gesetz, welches für jeden, unter dem Einfluß der Schwerkraft frei fallenden Körper gilt[1]).

Es ist also, wie beim freien Fall der festen Körper,

$$v = \sqrt{2g \cdot h} \quad \text{und} \quad h = \frac{v^2}{2g},$$

worin v die Ausflußgeschwindigkeit aus dem Loch im Boden in m/Sek. und h die Druckhöhe des Wassers oder der lotrechte Abstand des Wasserspiegels von der Mitte der Ausflußöffnung in m bedeutet. Beweisen läßt sich dieser Satz sehr einfach aus der Gleichheit der Arbeitsmengen[2]).

Hierbei wird eine unveränderliche Druckhöhe h vorausgesetzt, d. h. es fließt oben in das Gefäß in der Zeiteinheit (Sekunde) soviel Wasser zu, als unten ausfließt. Für diese Zeiteinheit ist die Ausflußmenge $G \cdot h$, wenn angenommen wird, daß das Wasser in der Sekunde um h sinkt. Diese Arbeit wird hierbei vom Wasser beim Niedersinken um die Höhe h in der Sekunde geleistet, also

$$A = G \cdot h = V_0 \cdot \gamma \cdot h.$$

Diese Arbeit ist aber ebenso groß, als diejenige Arbeit, welche die ausfließende Wassermenge $V_0 \cdot \gamma$ in sich aufnimmt, indem sie aus der Ruhe in die Geschwindigkeit v übergeht, nämlich

$$A = \frac{V_0 \cdot \gamma}{g} \cdot \frac{v^2}{2} = V_0 \cdot \gamma \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Setzt man beide Arbeitswerte einander gleich, so folgt

$$V_0 \cdot \gamma \cdot h = V_0 \cdot \gamma \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad \text{oder} \quad h = \frac{v^2}{2g} \quad \text{und} \quad v = \sqrt{2gh},$$

$$\text{also} \quad h = \frac{1}{2 \cdot 9{,}81} \cdot v^2 = 0{,}051 \cdot v^2 \quad \text{und}$$

$$v = \sqrt{19{,}61} \cdot \sqrt{h} = 4{,}429 \cdot \sqrt{h}.$$

1) S. Mechanik I. Teil. 303. Bändchen. S. 62 und folg.
2) Nach Weisbach-Herrmann; Ing., Mechanik 5. Aufl. Bd. I, S. 945

Es ist also die **Ausflußgeschwindigkeit** des Wassers gleich der **Endgeschwindigkeit** des von einer **Fallhöhe** gleich der **Druckhöhe** (h) des Wassers **frei fallenden Körpers**[1]).

1. Beispiel. Der Durchmesser des Gefäßes D sei $= 1$ m, derjenige der Öffnung $d = 0{,}2$ m, die Höhe h (Druckhöhe) $= 1{,}2$ m. Wie groß ist bei konstanter Druckhöhe die sekundlich durch die Öffnung ausfließende Wassermenge in cbm und kg, und um wieviel wird der Wasserspiegel in der Sekunde sinken, wenn kein Wasser oben zufließt?

Die sekundlich ausfließende Wassermenge ist

$$Q = \frac{d^2\pi}{4} \cdot v = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot 4{,}429\sqrt{h}$$

$$= \frac{0{,}2^2 \cdot \pi}{4} \cdot 4{,}429 \cdot \sqrt{1{,}2} = 0{,}1525 \text{ cbm},$$

das Wassergewicht also

$$G = 0{,}1525 \cdot 1000 = 152{,}5 \text{ kg}.$$

Um zu berechnen, um welchen Betrag x sich der Wasserspiegel in der Sekunde senkt, muß die abfließende Wassermenge in der Sekunde gleich dem Wasserzylinder sein, um welchen der Inhalt des Gefäßes kleiner geworden ist, also

$$\frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot x = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{d^2\pi}{4} \cdot 4{,}429\sqrt{h}, \quad \text{also}$$

$$x = \frac{d^2}{D^2} \cdot v = \left(\frac{d}{D}\right)^2 4{,}429\sqrt{h}$$

$$x = \left(\frac{0{,}2}{1{,}0}\right)^2 \cdot 4{,}429\sqrt{1{,}2} = 0{,}194 \text{ m}.$$

2. Beispiel. Wie groß müßte im vorigen Beispiele die Druckhöhe sein, damit in der Sekunde bei einer Öffnungsweite von 5 cm Durchmesser gerade 1 Liter ausflösse?

Aus der Gleichung

$$Q = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 4{,}429\sqrt{d}$$

ist die Druckhöhe h zu berechnen. Es ist zunächst

$$\sqrt{h} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q}{d^2} \cdot \frac{1}{4{,}429}, \quad \text{also}$$

1) Weißbach-Herrmann, a. a. O. S. 946.

$$h = \left(\frac{4}{13{,}92} \cdot \frac{Q}{d^2}\right)^2 = 132{,}25 \text{ cm} = 1{,}3225 \text{ m}.$$

3. Beispiel. Bei dem vorigen Beispiel betrage die Druckhöhe 2,4 m; wie groß ist dann die Ausflußgeschwindigkeit und die Ausflußmenge in der Sekunde?

Zunächst ist

$$v = 4{,}429\sqrt{h} = 4{,}429\sqrt{2{,}4} = 6{,}86 \text{ m/Sek.}$$

die Ausflußmenge Q ist

$$= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 686 \text{ ccm} = 13473 \text{ ccm} = 13{,}473 \text{ Liter/Sek.}$$

2. Abflußmenge größer als die Zuflußmenge.

Wenn weniger Wasser zufließt, als in der Zeiteinheit abfließt, so wird der Wasserspiegel sinken. Indessen wird ein Gleichgewichtszustand eintreten, sobald die Druckhöhe der durch die Zuflußmenge bestimmten Abflußmenge entspricht.

Bezeichnet wieder Q die Abflußmenge, Q' die Zuflußmenge in cbm/Sek., D den Durchmesser des Gefäßes, d denjenigen der Abflußöffnung, v die Ausflußgeschwindigkeit, h die anfängliche Druckhöhe, h' diejenige nach Erreichung des Gleichgewichtszustandes, so ist derselbe erreicht, wenn wieder $Q = Q'$ ist also

$$Q' = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2gh'}, \quad \text{oder} \quad h' = \left[\frac{Q'}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}}\right]^2 \cdot \frac{1}{2g}$$

ist. Denn bei dieser Druckhöhe ist die Ausflußgeschwindigkeit gerade noch so groß, daß die in der Sekunde zufließende Wassermenge abfließen kann.

1. Beispiel. Bei dem Gefäß nach Fig. 24 habe die Ausflußöffnung den Durchmesser von 3 cm. Wie groß ist bei einer anfänglichen Druckhöhe von 1,2 m die sekundliche Abflußmenge, bei welcher Höhe h' wird der Gleichgewichtszustand eintreten, wenn in der Sekunde nur 70% der Ausflußmenge zufließen, und wie groß ist Q'?

Es ist $$Q = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot 4{,}429 \cdot \sqrt{h}$$

$$= \frac{0{,}03^2 \cdot \pi}{4} \cdot 4{,}429 \cdot \sqrt{1{,}2} = 0{,}00343 \text{ cbm} = 3{,}43 \text{ Liter.}$$

Die Ausflußgeschwindigkeit ist

$$v = \sqrt{2g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}2} = 4{,}85 \text{ m/Sek.}$$

Die sekundliche Zuflußmenge beträgt nur 70 % der Abflußmenge also

$$Q' = 3{,}43 \cdot 0{,}7 = 2{,}4 \text{ Liter.}$$

Die entsprechende Druckhöhe h' berechnet sich aus der Gleichung

$$Q' = \frac{d^2\pi}{4} \cdot \sqrt{2gh'}.$$

Für Dezimeter ist $g = 98{,}1$ zu setzen, und man erhält

$$2{,}4 = \frac{0{,}3^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 98{,}1 \cdot h'}, \quad \text{also}$$

$$h' = \left(\frac{2{,}4}{0{,}3^2 \cdot \frac{\pi}{4}}\right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 98{,}1} = 34 \text{ dm} = 3{,}4 \text{ m.}$$

2. Beispiel. Aus einem zylindrischen Gefäß von 1,6 m Durchmesser und 3,5 m Höhe fließen durch eine Öffnung im Boden von 6 cm Durchmesser in der Sekunde 20 Liter aus. Wie groß ist die Ausflußgeschwindigkeit, die anfängliche Druckhöhe, wieviel Wasser muß oben in der Sekunde zufließen, damit bei einer Druckhöhe von 1,8 m der Gleichgewichtszustand erhalten bleibt, wieviel Wasser ist bis zur Erreichung des Gleichgewichtszustandes zu- und abgeflossen?

Der Ausflußmenge $Q = 20$ Liter $= 0{,}020$ cbm entspricht bei einem Durchmesser von 6 cm eine Ausflußgeschwindigkeit v, welche sich berechnet aus der Gleichung

$$Q = \frac{d^2\pi}{4} \cdot v, \text{ also } v = \frac{Q}{d^2\frac{\pi}{4}} = \frac{0{,}020}{\frac{0{,}06^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{0{,}020}{0{,}002827} = 7{,}07 \text{ m/Sek.}$$

Die entsprechende Druckhöhe berechnet sich aus der Gleichung

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{49{,}985}{19{,}62} = 2{,}54 \text{ m.}$$

Die Zuflußwassermenge muß gleich der bei 1,8 m Druckhöhe in der Sekunde abfließenden Wassermenge sein.

Diese berechnet sich aus der Gleichung

$$Q' = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v', \text{ wenn } v' = \sqrt{2g \cdot h'} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}8} = 5{,}945 \text{ m.}$$

ist, zu

$$Q' = \frac{0{,}06^2 \cdot \pi}{4} \cdot 5{,}945 = 0{,}002827 \cdot 5{,}945 = 0{,}0168 \text{ cbm}$$

$$= 16{,}8 \text{ Liter.}$$

Zur Berechnung der zu- und abgeflossenen Wassermenge dient folgende Betrachtung. Von der Druckhöhe von 2,54 ist der Wasserspiegel bis auf 1,8 m gesunken. Die entsprechende Wassermenge ist ein Zylinder von 1,6 m Durchmesser und $2{,}54 - 1{,}8 = 0{,}74$ m Höhe, also ein Inhalt von

$$\frac{1{,}6^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0{,}74 = 1{,}49 \text{ cbm.}$$

Da in der Sekunde 20 Liter abgeflossen sind, so ist die Zeit zum Abfluß dieser Wassermenge

$$t = \frac{1{,}490}{0{,}02} = \frac{1490}{20} = 74{,}5 \text{ Sek.}$$

In dieser Zeit sind aber oben wieder

$$74{,}5 \cdot 16{,}8 = 1252 \text{ Liter} = 1{,}252 \text{ cbm}$$

zugeflossen, so daß das Gefäß nur um

$$1{,}49 - 1{,}252 = 0{,}238 \text{ cbm} = 238 \text{ Liter in } 74{,}5 \text{ Sek.}$$

leerer wurde, also in der Sekunde um 3,2 Liter, welche Wassermenge auch dem Unterschied zwischen der abfließenden Wassermenge 20 Liter, und der zufließenden Wassermenge 16,8 Liter entspricht.

Wird also das Gefäß bis zur Erreichung des Beharrungszustandes in der Sekunde um 3,2 Liter leerer, so sind, bis der Wasserspiegel von 2,54 m auf 1,8 m sinkt, also um 1,49 cbm leerer wird, $1490 : 3{,}2 = 465$ Sek. oder 7 Min. 45 Sekunden erforderlich.

3. Abflußmenge kleiner als die Zuflußmenge.

In diesem Falle wird der Wasserspiegel allmählich steigen bis zu einer Druckhöhe h'', Fig. 24, bei welcher die Ausflußgeschwindigkeit so groß ist, daß die sekundlich zufließende Wassermenge abfließen kann.

Es ist dann wieder

$$Q' = \frac{d^2\pi}{4}\sqrt{2gh''} \quad \text{oder daraus}$$

$$h'' = \left[\frac{Q'}{\frac{d^2\pi}{4}}\right]^2 \cdot \frac{1}{2g} \quad \text{oder wenn} \quad \frac{d^2\pi}{4} = f \quad \text{gesetzt wird,}$$

$$h'' = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q'}{f}\right)^2.$$

Zur Berechnung der Zeit, welche erforderlich ist, bis der Beharrungszustand erreicht ist, dienen folgende Betrachtungen. Bezeichnet Q die in der Sek. abfließende, Q'' die in derselben Zeit zufließende Wassermenge, so ist, da $Q'' > Q$ ist, der Ausdruck $Q'' - Q$ der Überschuß, welcher in der Sek. im Gefäß verbleibt. In t Sek. wird dieser Überschuß das Gefäß von der Druckhöhe h bis zur Druckhöhe h'' gefüllt haben. Es ist somit, wenn noch mit $F = \frac{D^2\pi}{4}$ der Querschnitt des Gefäßes bezeichnet wird,

$$(Q'' - Q) \cdot t = F \cdot (h'' - h).$$

Setzt man hierin die Werte von Q'' und Q ein, so folgt

$$\left(f \cdot \sqrt{2gh''} - f\sqrt{2gh}\right) \cdot t = F(h'' - h) = F \cdot h'' - F \cdot h$$

und daraus

$$t = \frac{F \cdot (h'' - h)}{Q'' - Q} = \frac{F}{f} \cdot \frac{h'' - h}{\sqrt{2g}\,(\sqrt{h''}\sqrt{h})} = \frac{F}{f\sqrt{2g}} \cdot \frac{h'' - h}{\sqrt{h''} \cdot \sqrt{h}}$$

1. Beispiel. Im Gefäß, Fig. 24, sei wie vorher im Beispiel 2, Seite 52 der Durchmesser $D = 1{,}6$ m, der Durchmesser der Bodenöffnung $d = 6$ cm, die sekundliche Ausflußmenge 20 Liter. Wie groß muß die sekundliche Zuflußmenge sein, damit gerade bei der Oberkante des Gefäßes, also einer Höhe von 3,5 m der Gleichgewichtszustand erreicht wird, welche Zeit wird hierzu erforderlich sein und welche Wassermenge ist in dieser Zeit im ganzen zu- und abgeflossen?

Die der Wassermenge von 20 Litern entsprechende Ausflußgeschwindigkeit war $v = 7{,}07$ m, die entsprechende Druckhöhe $h = 2{,}54$ m, die der neuen Druckhöhe $h'' = 3{,}5$ m entsprechende Ausflußgeschwindigkeit ist

$$v'' = \sqrt{2 \cdot gh''} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}5} = 8{,}288 \text{ m}.$$

und die entsprechende Ausflußmenge

$$Q'' = f \cdot v'' = \frac{0{,}06^2 \cdot \pi}{4} \cdot 8{,}288 = 0{,}02343 \text{ cbm} = 23{,}43 \text{ Liter}.$$

Die Zeit bis zur Erreichung des Beharrungszustandes berechnet sich demnach zu

$$t = \frac{F \cdot (h'' - h)}{Q'' - Q} = \frac{1{,}6^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{(3{,}5 - 2{,}54)}{0{,}02343 - 0{,}020}$$

$$= 2{,}0106 \cdot 279{,}9 = 562{,}8 \text{ Sek.} = 9 \text{ Min. } 22{,}8 \text{ Sek.}$$

In der Sek. ist die Wassermenge Q'' zu- und Q abgeflossen, also sind im Ganzen

$$562{,}8 \cdot Q'' = 13{,}186 \text{ cbm zugeflossen und}$$
$$562{,}8 \cdot Q = 11{,}256 \text{ cbm abgeflossen.}$$

4. Abfluß ohne Zufluß.

Hierbei nimmt die Druckhöhe, also auch die Ausflußgeschwindigkeit und die Ausflußmenge allmählich, gleichförmig beschleunigt ab.

Um die Zeit t zu berechnen, nach welcher ein Gefäß völlig entleert ist, kann man zunächst annehmen, daß die Geschwindigkeit gleichmäßig abnähme. Diese Abnahme ist in Fig. 24 schematisch durch die schräg nach unten gehende Linie ab dargestellt. Nimmt man dann eine mittlere Geschwindigkeit

$$v' = \frac{v_a + v_e}{2} = \frac{v_a}{2} \text{ an, da } v_e = 0 \text{ ist, so}$$

ergibt sich folgendes:

Die Abflußmenge in t Sek. muß gleich dem Inhalt des ganzen Gefäßes sein, also

$$f \cdot \frac{v_a}{2} \cdot t = F \cdot h,$$

wenn wieder F, f und h dieselben Bedeutungen wie früher haben. Hieraus folgt

$$t = 2 \cdot \frac{F}{f} \cdot \frac{h}{v_a} = \frac{2 \cdot F \cdot h}{f \cdot \sqrt{2gh}},$$

da für die Anfangsgeschwindigkeit v_a die Druckhöhe h ist.

Man kann diese Gleichung jedoch auch aus den allgemeinen Gleichungen für die Fallzeit[1]) ableiten. Dieselben lauteten

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{oder} \quad t^2 = \frac{2h}{g}.$$

Diese Gleichung ergibt die Zeit für den Fall des Wassers um die Höhe h oder — wie oben nachgewiesen — um die Druckhöhe h bei völlig freiem Fall. Dies wäre der Fall, wenn die Ausflußöffnung f gleich dem Querschnitt F des Gefäßes wäre. Da jedoch f kleiner als F, so wird die Fallzeit im Verhältnis der Querschnitte verzögert, es ist also

1) S. Mechanik I, Bd. 303, S. 62.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \frac{F}{f}.$$

Ist hierin $f = F$, so erhält man ohne weiteres die obige Gleichung

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \frac{F}{F} = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Aus der vorigen Gleichung folgt

$$t = \frac{\sqrt{2h} \cdot \sqrt{2h}}{\sqrt{g} \cdot \sqrt{2h}} \cdot \frac{F}{f} = \frac{2 \cdot h \cdot F}{f \cdot \sqrt{2gh}},$$

welche mit der obigen Gleichung identisch ist.

Da $f \cdot \sqrt{2gh}$ die Wassermenge ist, welche bei konstanter Druckhöhe h in der Sekunde durch den Querschnitt f abfließen würde, und $F \cdot h$ der ganze Inhalt des Gefäßes, also auch gleich der Wassermenge ist, welche ausfließen soll, so ist bei unveränderter Druckhöhe h die Zeit zum Ausfließen einer Wassermenge $F \cdot h$

$$t_1 = \frac{F \cdot h}{f \cdot \sqrt{2gh}} \cdot \quad \text{Es ist nun}$$

$$t = 2 \cdot \frac{F \cdot h}{f \cdot \sqrt{2gh}} = 2 \cdot t_1,$$

d. h. die Zeit zum völligen Entleeren des Gefäßes vom Inhalt $F \cdot h$ ist doppelt so groß als die Zeit, welche dieselbe Wassermenge bei unveränderter Druckhöhe, also fortwährend gleichem Zu- und Abfluß, zum Ausfluß durch die Öffnung f gebrauchen würde.

Die obige Gleichung schreibt sich einfacher noch in folgender Form:

$$t = \frac{2}{\sqrt{2gh}} \cdot \frac{F}{f} \cdot h = \frac{2}{\sqrt{2g} \cdot \sqrt{h}} \cdot \frac{F}{f} \cdot h = \frac{2}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{h}{\sqrt{h}} \cdot \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{h}}$$

$$\cdot \frac{F}{f} = 0{,}4515 \cdot \frac{h}{h} \cdot \frac{F}{f} \cdot \sqrt{h} = 0{,}4515 \cdot \frac{F}{f} \cdot \sqrt{h}$$

$$= 0{,}4515 \cdot \frac{D^2}{d^2} \cdot \sqrt{h}.$$

Soll jedoch das Gefäß nicht ganz geleert werden, sondern der Wasserspiegel nur von der Höhe h'', Fig. 24, auf die Höhe h sinken, so ergibt sich folgendes. Die Zeit zum völligen Entleeren von der Druckhöhe h'' aus ist:

$$t'' = 0{,}4515 \cdot \frac{F}{f} \sqrt{h''}.$$

Die Zeit zum Entleeren von der Druckhöhe h aus ist:

$$t = 0{,}4515 \cdot \frac{F}{f}\sqrt{h},$$

demnach die Zeit zum Abfließen von der Höhe h'' bis auf die Höhe h die Differenz beider Zeiten, also

$$t_0 = t'' - t = 0{,}4515 \cdot \frac{F}{f}\sqrt{h''} - 0{,}4515 \cdot \frac{F}{f}\sqrt{h}$$

$$= 0{,}4515 \cdot \frac{F}{f}\left[\sqrt{h''} - \sqrt{h}\right] = 0{,}4515 \cdot \frac{D^2}{d^2}\left(\sqrt{h''} - \sqrt{h}\right),$$

also proportional der Differenz der Quadratwurzeln aus den entsprechenden Druckhöhen.

1. Beispiel. Ein zylindrisches Gefäß habe einen Durchmesser $D = 2$ m, einen Durchmesser der Ausflußöffnung von 0,1 m, eine Druckhöhe $h = 3$ m. In welcher Zeit wird das Gefäß ganz entleert sein und wie groß ist die gesamte abfließende Wassermenge?

Nach den obigen Gleichungen ist zunächst

$$t = 0{,}4515 \cdot \frac{F}{f} \cdot \sqrt{h} = 0{,}4515 \cdot \frac{D^2}{d^2} \cdot \sqrt{h}$$

$$= 0{,}4515 \cdot \frac{2^2}{0{,}1^2} \cdot \sqrt{3} = 312{,}8 \text{ Sek.} = 5 \text{ Minuten } 12{,}8 \text{ Sek.}$$

Die gesamte abfließende Wassermenge ist

$$Q = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot h = \frac{2^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3 = 9{,}425 \text{ cbm.}$$

Die mittlere Abflußmenge in der Sekunde ist dann

$$\frac{9425}{312{,}8} = 30{,}13 \text{ Liter,}$$

die mittlere Ausflußgeschwindigkeit daraus

$$v = \frac{0{,}03013}{0{,}1^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 3{,}86 \text{ m/Sek.}$$

Die der Druckhöhe h entsprechende anfängliche Ausflußgeschwindigkeit ist $v_a = \sqrt{2gh} = \sqrt{19{,}62 \cdot 3} = 7{,}68$ m/Sek. Die mittlere Ausflußgeschwindigkeit ist somit die Hälfte der anfänglichen Ausflußgeschwindigkeit, wie ja auch oben bei der Ableitung der Gleichung für die Ausflußzeit angenommen war.

2. Beispiel. Das im vorigen Beispiel angenommene Gefäß soll bis auf $\frac{1}{3}$ seines Inhaltes entleert werden. Welche Zeit ist hierzu erforderlich?

Nach der oben für diesen Fall abgeleiteten Gleichung ist

$$t_0 = 0{,}4515 \cdot \frac{D^2}{d^2} \cdot (\sqrt{h''} - \sqrt{h}).$$

Hierin ist $h'' = 3$ m, $h = 1$ m zu setzen und man erhält

$$t_0 = 0{,}4515 \cdot \frac{2^2}{0{,}1^2}(\sqrt{3} - \sqrt{1}) = 0{,}4515 \cdot 400\,(1{,}732 - 1)$$

$= 132{,}2$ Sek. $= 2$ Min. 12,2 Sek.

Die Zeit zum Entleeren des letzten Drittels würde betragen

$$t = 0{,}4515 \cdot \frac{2^2}{0{,}1^2} \cdot \sqrt{1} = 0{,}4515 \cdot 400 = 180{,}6 \text{ Sek.}$$

Beide Zeiten zusammen ergeben $180{,}6 + 132{,}2 = 312{,}8$ Sek., wie im ersten Beispiel berechnet war. Man sieht hieraus, in welchem Maße mit abnehmender Druckhöhe die Ausflußzeit zunimmt. Denn die Zeit für den Ausfluß des letzten Drittels ist $\frac{180{,}6}{132{,}2} = 1{,}44$ mal so groß als die Zeit zum Ausfluß der oberen zwei Drittel.

3. Beispiel. Es ist zu berechnen, welche Zeit zum Ausfluß erforderlich ist, damit a) die abgeflossene Wassermenge gleich der zurückbleibenden ist und b) die Zeit für den Ausfluß der abgeflossenen Wassermenge gleich der Zeit ist, welche erforderlich ist für den Abfluß der noch übrig bleibenden Wassermenge. Wie groß ist im letzteren Fall die Druckhöhe nach der ermittelten Abflußzeit?

a) Wie im ersten Beispiel berechnet war, ist die gesamte Abflußmenge des Gefäßes

$$Q = 9{,}425 \text{ cbm.}$$

Soll die abgeflossene Wassermenge gleich der zurückbleibenden sein, so muß jede Menge $\frac{Q}{2}$ sein, also $= 4{,}7125$ cbm. Die entsprechende Druckhöhe ist $h' = \frac{h}{2} = \frac{3{,}0}{2} = 1{,}5$ m. Es ist also

$$t_0 = 0{,}4515 \cdot \frac{D^2}{d^2}(\sqrt{h} - \sqrt{h'}) = 0{,}4515 \cdot \frac{2^2}{0{,}1^2}(\sqrt{3} - \sqrt{1{,}5})$$

$= 0{,}4515 \cdot 400\,(1{,}732 - 1{,}225)$,

$t_0 = 91{,}6$ Sek. $= 1$ Min 31, 6 Sek.

b) Wenn die Zeit für den Abfluß der noch übrig bleibenden Wassermenge gleich der Zeit für den Durchfluß der bereits ab-

geflossenen Wassermenge sein soll, so ist jede Zeit gleich der Hälfte der gesamten Ausflußzeit, also nach obigem Beispiel 1:

$$t_0 = \frac{t}{2} = \frac{312{,}8}{2} = 156{,}4 \text{ Sek.}$$

Aus der Gleichung

$$t_0 = \frac{t}{2} = 0{,}4515 \, \frac{D^2}{d^2} \cdot \sqrt{h}$$

ergibt sich die dieser Zeit entsprechende Anfangsdruckhöhe zu

$$h = \left(t_0 \cdot \frac{d^2}{D^2} \cdot \frac{1}{0{,}4515}\right)^2 = \left(156{,}4 \cdot \frac{0{,}1^2}{2^2} \cdot \frac{1}{0{,}4515}\right)^2 = 0{,}866 \text{ m.}$$

5. Ausfluß aus Seitenöffnungen.

Nach dem oben (S. 15) Ausgeführten ist der Seitendruck gleich dem Druck einer Wassersäule von der Bodenfläche gleich der Seitenfläche und einer Druckhöhe gleich dem lotrechten Abstand des Schwerpunkts vom Wasserspiegel.

Mit ziemlicher Annäherung kann man nun die früheren Gleichungen auf den Ausfluß aus seitlichen Öffnungen anwenden, so daß $v = \sqrt{2gh}$ ist, worin h der lotrechte Abstand des Schwerpunkts vom Oberwasserspiegel und v die mittlere Ausflußgeschwindigkeit ist.

Genau gilt die Gleichung:

$$v = \sqrt{2gh}\left[1 - \frac{1}{32}\left(\frac{r}{h}\right)^2 - \frac{5}{32^2}\left(\frac{r}{h}\right)^4\right]^{1)},$$

worin $r = \frac{d}{2}$ der Halbmesser der kreisförmigen Ausflußöffnung ist.

Es folgt dann weiter

$$Q = f \cdot v = r^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2gh}$$

angenähert, und genau:

$$Q = r^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2gh}\left[1 - \frac{1}{32}\left(\frac{r}{h}\right)^2 - \frac{5}{32^2}\left(\frac{r}{h}\right)^4\right].$$

Die obige, angenäherte Gleichung für v kann so lange angewandt werden, als h gleich oder sogar größer als der doppelte Durchmesser der Ausflußöffnung ist.

Beispiel. Ein zylindrisches Gefäß von 2 m Durchmesser und 3 m Höhe habe in der lotrechten zylindrischen Wand direkt über

1) Nach Hüttentaschenbuch, 16. Aufl., Bd. I S. 232.

dem Boden eine kreisförmige Öffnung von 0,1 m Durchmesser. Wie groß ist die Ausflußgeschwindigkeit und die sekundliche Ausflußmenge aus dieser Öffnung bei konstanter Druckhöhe von 3 m?

Da die Druckhöhe in diesem Fall bis zum Schwerpunkt der Ausflußöffnung zu rechnen ist, so ist

$$h \text{ nur} = 3{,}0 - \frac{0{,}1}{2}\,\text{m} = 2{,}95\,\text{m},$$

daher $$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}95} = 7{,}608\,\text{m},$$

die Ausflußmenge daher

$$Q = f \cdot v = 0{,}0597 \text{ Liter}.$$

Nach der genauen Formel ist

$$v = \sqrt{2gh} \cdot \left[1 - \frac{1}{32}\left(\frac{r}{h}\right)^2 - \frac{5}{32^2}\left(\frac{r}{h}\right)^4\right]$$

$$= 7{,}608\left[1 - \frac{1}{32}\left(\frac{0{,}05}{2{,}95}\right)^2 - \frac{5}{32^2}\left(\frac{0{,}05}{2{,}95}\right)^4\right] = 7{,}607\text{ m}.$$

also nur um 1 mm weniger. Man sieht hieraus, daß man, wenn h im Verhältnis zu d groß ist, ohne große Fehler zu begehen, die angenäherte Formel wählen darf.

6. Ausfluß in kommunizierenden Gefäßen.

In Fig. 25 sind zwei miteinander durch ein horizontales Rohr kommunizierende Gefäße A und B von unveränderlichem Querschnitt dargestellt. Das erste dieser Gefäße, A, sei zunächst bei C durch einen Schieber oder dgl. abgeschlossen und bis zur Höhe h mit Wasser gefüllt, das andere Gefäß und das Verbindungsrohr seien zunächst leer.

Der Inhalt des Gefäßes A bis zur Mitte des Verbindungsrohres beträgt dann

$$Q = \frac{D^2\pi}{4} \cdot h = F \cdot h,$$

wenn D den Durchmesser des Gefäßes in m, F den Querschnitt desselben in qm bedeutet. Es bezeichnen ferner d und d_0 die Durchmesser des Gefäßes B bzw. des Verbindungsrohres zwischen A und B in m, f und f_0 die entsprechenden Querschnitte in qm, l die Länge des Verbindungsrohres in m und endlich h_e die Druckhöhe in beiden Gefäßen A und B in m nach erfolgtem Ausgleich, also nach dem Überströmen des Wassers aus A nach B.

Nach erfolgtem Ausgleich steht also das Wasser in beiden Gefäßen gleich hoch, und zwar um die Höhe h_e von der Rohrachse CE entfernt.

Es ist dann das Volumen links (in A)

$$Q' = \frac{D^2\pi}{4} \cdot h_e = F \cdot h_e,$$

dasjenige im Verbindungsrohr

$$Q'' = \frac{d_0^2\pi}{4} \cdot l = f_0 \cdot l$$

und dasjenige rechts (in B)

$$Q''' = \frac{d^2\pi}{4} \cdot h_e = f \cdot h_e.$$

Der Wasserspiegel in A ist um $h - h_e$ gesunken und der dieser Höhe entsprechende Wasserzylinder $F \cdot (h - h_e)$ ist in das Verbindungsrohr und in das Gefäß B geflossen, so daß die Gleichung besteht:

$Q - Q' = Q'' + Q'''$ oder

$F(h - h_e) = f_0 \cdot l + f \cdot h_e.$

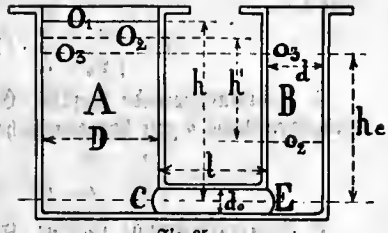


Fig. 25.
Ausfluß in kommunizierenden Gefäßen.

Hieraus folgt:

$$h_e = \frac{F \cdot h - f_0 \cdot l}{F + f}.$$

Zur Bestimmung der Zeit, welche erforderlich ist, damit der Wasserspiegel im Gefäß A um einen bestimmten Betrag sinkt, im Gefäß B dagegen steigt, dient die Gleichung[1]):

$$t = 2 \cdot \frac{F \cdot f}{F + f} \cdot \frac{\sqrt{h} - \sqrt{h'}}{f_0\sqrt{2g}} = \frac{2}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{F}{F_0} \cdot \frac{f}{F + f} (\sqrt{h} - \sqrt{h'}).$$

Hierbei wird der Wasserspiegel links von O_1 nach O_2 sinken, rechts von Null auf o_2 steigen. Beim völligen Ausgleich zwischen beiden Gefäßen steht der Wasserspiegel beiderseits gleich hoch, also links auf der Höhe O_3, rechts auf o_3.

Dann ist $h' = 0$. Bis zum völligen Ausgleich ist also die Ausflußzeit:

1) Deren Ableitung hier zu weit führen würde.

$$t = \frac{2}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{F}{f_0} \cdot \frac{f}{F+f} \cdot \sqrt{h}.$$

Man hat somit folgende Gleichungen für die Ausflußzeiten in den oben behandelten verschiedenen fünf Fällen:

1. Ausfluß aus einem Bodenloch, Zufluß gleich Abfluß[1]):

$$t = \frac{1}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{F}{f_0} \cdot \sqrt{h}.$$

2. Entleeren aus einem Bodenloch, ohne Zufluß:

$$t = \frac{2}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{F}{f_0} \cdot \sqrt{h}.$$

3. Entleeren aus einem Bodenloch, ohne Zufluß, von h bis auf h':

$$t = \frac{2}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{F}{f_0} \cdot (\sqrt{h} - \sqrt{h'}).$$

4. Kommunizierende Gefäße; Entleeren ohne Zufluß von Anfangsdruckhöhe h auf Enddruckhöhe h':

$$t = \frac{2}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{F}{f_0} \cdot \frac{f}{F+f} \cdot (\sqrt{h} - \sqrt{h'}).$$

5. Kommunizierende Gefäße, Entleeren ohne Zufluß bis zum völligen Ausgleich:

$$t = \frac{2}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{F}{f_0} \cdot \frac{f}{F+f} \cdot \sqrt{h}.$$

Von Gleichung 3. unterscheidet sich Gleichung 4. nur durch den Quotienten $\frac{f}{F+f}$, d. h. das Verhältnis des Querschnitts des kleinen Gefäßes zur Summe beider Querschnitte, in gleicher Weise Gleichung 5. von Gleichung 2.

Da dieser Wert $\frac{f}{F+f}$ stets kleiner als 1 ist, so ist die Zeit zum Entleeren bei kommunizierenden Gefäßen stets kleiner als die Ausflußzeit bei Abfluß durch den Boden, und zwar um so kleiner, je größer der Unterschied zwischen den Flächen f und F ist.

Ist dieser Unterschied so groß, daß eine der beiden Flächen als unendlich groß gegenüber der anderen gesetzt werden kann, so kann ohne großen Fehler der Quotient in den Gleichungen 4. und 5.

---

1) Zeit zum Ausfluß der Wassermenge $F \cdot h$ (Gefäßinhalt).

$$\frac{F}{F+f} = 1$$

gesetzt werden, und man erhält dann die Gleichung 5. a):

$$t = \frac{2}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{f}{f_0} \cdot \sqrt{h}.$$

Dies tritt z. B. ein, wenn die große Fläche die Meeresfläche oder der Wasserspiegel eines Teichs, Sees oder Flusses ist, während f der Querschnitt eines damit kommunizierenden Gefäßes, Brunnens oder dgl. und h der anfängliche Höhenunterschied oder die Druckhöhe ist.

Beispiel. Bei dem kommunizierenden Gefäß, Fig. 25, sei $D = 2$ m, $d = 0{,}6$ m, $h = 3$ m, $d_0 = 0{,}1$ m, $l = 0{,}5$ m.

Auf welche Druckhöhe h_e stellt sich der Wasserspiegel nach Öffnung des Verbindungsrohres CE ein und welche Zeit ist zum Druckausgleich erforderlich?

Nach der Gleichung auf S. 61 ist:

$$h_e = \frac{F \cdot h - f_0 \cdot l}{F+f} = \frac{\frac{2^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3 - \frac{0{,}1^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0{,}5}{\frac{2^2 \cdot \pi}{4} + 0{,}6^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 2{,}751 \text{ m}.$$

Die Zeit zum völligen Ausgleich ist:

$$t = \frac{2}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{F}{f_0} \cdot \frac{f}{F+f} \cdot \sqrt{h} = 0{,}4515 \cdot \frac{2^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{0{,}1^2 \cdot \frac{\pi}{4}} \cdot \frac{0{,}6^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{(2^2 + 0{,}6^2) \cdot \frac{\pi}{4}} \cdot \sqrt{3} = 57{,}2 \text{ Sek.}$$

2. Kapitel.

Die Bewegung von Flüssigkeiten durch Rohrleitungen.

Wie bereits in der Einleitung hervorgehoben ist, können Flüssigkeiten nur durch geschlossene Leitungen, Rohre oder Rohrleitungen, nach beliebigen Punkten hingeführt werden. Denn bei offenen Leitungen, Kanälen, würden die Flüssigkeiten weder einen Überdruck annehmen können, da sie infolge desselben über die Kanalwandungen herausgedrängt würden, noch könnten sie gegen die lotrechte Linie hin ansteigend oder gar lotrecht nach oben hin bewegt werden. Es

sind daher zunächst die Gesetze zu untersuchen, nach welchen sich die Bewegungen in Rohrleitungen vollziehen, wobei unter Rohrleitungen jetzt ganz allgemein alle ringsum geschlossenen Gefäße, Kanäle oder dgl. von beliebigem Querschnitt verstanden werden sollen, welche vom Wasser nur in einer Richtung und zwar in der Richtung der Längsachse durchflossen werden. Man kann hierbei nun verschiedene Fälle von Rohren bezüglich der Querschnittsform unterscheiden und zwar

A. Leitungen mit unveränderlichem Querschnitt,

B. Leitungen mit allmählich veränderlichem Querschnitt,

C. Leitungen mit einer oder wiederholten plötzlichen Querschnittsänderungen.

Auch bei diesen Untersuchungen soll zunächst von der Berücksichtigung aller Widerstände (Reibungen, Kontraktionen usw.) Abstand genommen werden.

1. Leitungen mit unveränderlichem Querschnitt.

Da das Wasser als absolut unelastisch, also als nicht zusammendrückbar angenommen ist, so besteht der erste wichtige Grundsatz, daß durch den Anfangs- und Endquerschnitt einer Rohrleitung in der Zeiteinheit genau die gleiche Wassermenge hindurchfließt.

Bezeichnet F den Querschnitt der Leitung in qm, v die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers in m/Sek., so ist die sekundlich durch den Querschnitt F am Anfang, am Ende oder an irgendeiner beliebigen Stelle der Rohrleitung fließende Wassermenge Q in cbm

$$Q = F \cdot v \text{ in cbm/Sek.}$$

und das entsprechende Wassergewicht

$$G = Q \cdot \gamma = F \cdot v \cdot \gamma,$$

wenn z. B. für Wasser $\gamma = 1000$ kg das Gewicht eines cbm Wasser ist.

1. Beispiel. Wie groß ist die Wassermenge, welche durch ein Rohr von 0,3 m Durchmesser bei einer Geschwindigkeit von 1 m/Sek. fließt?

$$Q = F \cdot v = \frac{0{,}3^2 \cdot \pi}{4} \cdot 1 = 0{,}0707 \text{ cbm} = 70{,}7 \text{ Liter (l)}.$$

2. Beispiel. Welche Geschwindigkeit muß das Wasser haben, wenn aus einem Rohr von 5 cm Durchmesser in der Sekunde 10 Liter Wasser ausfließen sollen?

Aus der Gleichung $Q = F \cdot v$ folgt:

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{10 \text{ cbdm}}{0{,}5^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = \frac{10}{0{,}1964} = 50{,}9 \text{ dm} = 5{,}09 \text{ m/Sek.}$$

3. Beispiel. Wie groß muß der Querschnitt einer Schütze sein, wenn durch dieselbe in der Sekunde 3 cbm Wasser bei einer Wassergeschwindigkeit von 1,2 m/Sek. fließen soll?

Es ist wieder $Q = F \cdot v$, also

$$F = \frac{Q}{v} = \frac{3{,}00}{1{,}2} = 2{,}5 \text{ qm.}$$

2. Leitungen mit allmählich veränderlichem Querschnitt.

Sind die Querschnitte zu Anfang und zu Ende der Leitung verschieden groß und bezeichnen in Fig. 26 F_1 und F_2 diese Anfangs- und Endquerschnitte, F_x denselben an einer beliebigen dazwischenliegenden Stelle, alles in qm, v_1, v_2 und v_x die Wassergeschwindigkeiten in m/Sek. in diesen Querschnitten, so bestehen jetzt die Gleichungen für die in der Sekunde durch diese Querschnitte fließende Wassermenge Q in cbm

$$Q = F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2 = F_x \cdot v_x$$

und das entsprechende Wassergewicht G in kg

$$G = Q \cdot \gamma = F_1 \cdot v_1 \cdot \gamma = F_2 \cdot v_2 \cdot \gamma = F_x \cdot v_x \cdot \gamma.$$

Hierbei ist jedoch jetzt und in der Folge vorausgesetzt, daß die mittlere Geschwindigkeit v_1, v_2, v_x durch den Mittelpunkt des Querschnittes, bei einem zylindrischen Rohre z. B. eines Kreises, fließe und die Geschwindigkeiten in allen Teilen des Querschnitts dieser mittleren Geschwindigkeit gleich sei.

Aus der ersten der beiden Gleichungen folgt zunächst:

$$\frac{F_1 \cdot v_1}{F_2 \cdot v_2} = 1 = \text{konstant}, \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{D_2^2}{D_1^2}, \text{ und}$$

$$\frac{F_x \cdot v_x}{F_1 \cdot v_1} = 1 = \text{konstant und } \frac{v_x}{v_1} = \frac{F_1}{F_x} = \frac{D_1^2}{D_x^2},$$

d. h. die durch jeden Querschnitt in der Zeiteinheit fließende Wassermenge ist konstant und die Geschwindigkeiten in den Querschnitten verhalten sich umgekehrt wie diese Querschnitte oder bei Kreisquerschnitten umgekehrt wie die Quadrate ihrer Durchmesser.

1. Beispiel. Eine Rohrleitung habe am Anfang einen Durchmesser von 0,3 m, am Ende von 0,2 m. Wie groß sind die Anfangs- und Endgeschwindigkeiten des durchfließenden Wassers, wenn die Wassermenge $Q = 1$ cbm/Sek. betragen soll.

Es ist zunächst

$$F_1 = 0,\frac{3^2\pi}{4} = 0{,}0707 \text{ qm und } F_2 = \frac{0{,}2^2\cdot\pi}{4} = 0{,}0314 \text{ qm},$$

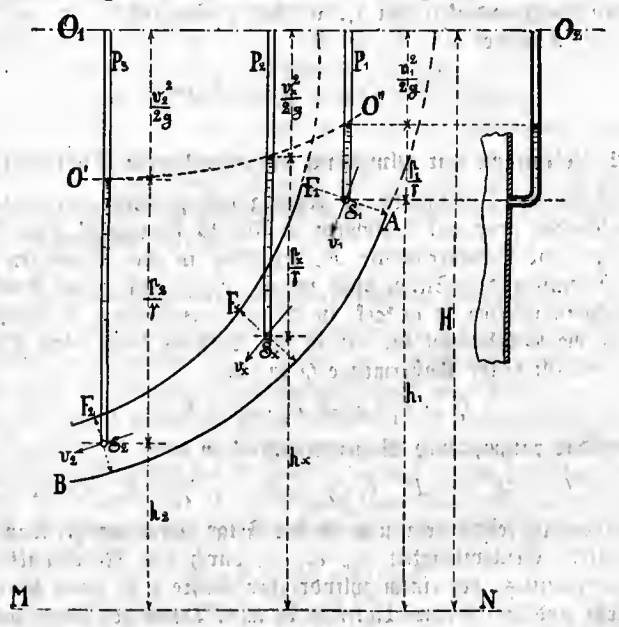


Fig. 26.
Leitungen mit allmählich veränderlichem Querschnitt

folglich

$$v_1 = \frac{1{,}00}{0{,}0707} = 14{,}3 \text{ m/Sek. und } v_2 = \frac{1{,}0}{0{,}0314} = 31{,}85 \text{ m/Sek.}$$

2. Beispiel. Das konische Mundstück eines Spritzenschlauches hat am Anfang einen Durchmesser von 5 cm, am Ende von 1,2 cm. Das Wasser steht unter einem Druck von 3 Atmosphären.

Wie groß ist die theoretische Ausflußgeschwindigkeit des Wassers aus dem Mundstück und die sekundlich ausfließende Wassermenge?

Einem Wasserdruck von 3 Atmosphären entspricht eine Wassersäule oder Druckhöhe von $3 \cdot 10 = 30$ m und dieser eine Geschwindigkeit

$$v_1 = \sqrt{2\,g\,H} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 30} = \sqrt{587} = 24{,}23 \text{ m/Sek.}$$

Da sich die Geschwindigkeiten umgekehrt verhalten wie die Quadrate der Durchmesser der Querschnitte, so ist

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{D_1^2}{D_2^2} = 24{,}23 \cdot \left(\frac{0{,}05}{0{,}012}\right)^2 = 421{,}36 \text{ m/Sek.}$$

In Wirklichkeit wird natürlich infolge der Widerstände diese Geschwindigkeit nie erreicht, wie später gezeigt werden wird.[1])

Die Ausflußmenge ist:

$$Q = \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_2 = 0{,}012^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 421{,}36 = 0{,}0476 \text{ cbm} = 47{,}6 \text{ l/Sek.}$$

Die wichtigste Untersuchung, welche über die Strömungserscheinungen von Flüssigkeiten durch Leitungen mit veränderlichem Querschnitt anzustellen ist, betrifft nun die Druckveränderungen in den Leitungen.

Die in Fig. 26 dargestellte Leitung AB soll hierfür in den Querschnitten F_1, F_x und F_2 untersucht werden.

Um die Drücke in solchen Leitungen zu messen, denkt man sich die Rohre in den 3 Querschnitten seitlich angebohrt und in die Wandungen kleine, am unteren Ende rechtwinklig umgebogene Glasröhrchen eingesetzt und befestigt, sogenannte manometrische Rohre, auch Piezometer genannt. Dieselben sind in Fig. 26 mit P_1, P_2 und P_3 bezeichnet.

Befindet sich nun zunächst das Wasser in der Rohrleitung AB, indem dieselbe z. B. bei B durch einen Schieber oder ein anderes Absperrorgan abgeschlossen ist, in Ruhe, so wird nach dem Prinzip der kommunizierenden Röhren in allen Piezometern das Wasser gleich hoch und zwar ebenso hoch wie in der Rohrleitung AB stehen. Diese Lage ist in Fig. 26 durch die punktierte Linie O_1O_2 dargestellt. Man muß sich hierbei die Rohrleitung bis zur Linie O_1O_2 verlängert denken, wie es in der Figur punktiert dargestellt ist. Bezeichnet noch H den Höhenabstand zwischen der, als Basislinie angenommenen Linie MN und der Linie O_1O_2 so ist die

1) S. weiter unten S. 85, Kapitel 4.

piezomatische Druckhöhe im Querschnitt $F_1 = H - h_1$, im Querschnitt $F_x = H - h_x$, im Querschnitt $F_2 = H - h_2$.

Bezeichnet f noch den Querschnitt der Piezometerrohre, so ist nach den Sätzen der Hydrostatik über den Bodendruck[1])

$$p_1 \cdot f = h' \cdot \gamma \cdot f,$$

worin p_1 den spezifischen Druck pro Flächeneinheit im Querschnitt, F_1, $h' = H - h_1$, die statische Druckhöhe und γ das Gewicht der Raumeinheit der Flüssigkeit bedeutet.

Aus der Gleichung folgt:

$$h' = H - h_1 = \frac{p_1}{\gamma}, \text{ oder } H = \frac{p_1}{\gamma} + h_1.$$

Dieselbe Gleichung gilt für die Querschnitte F_x und F_2, also

$$h'_x = H - h_x = \frac{p_x}{\gamma}, \; H = \frac{p_x}{\gamma} + h_x \text{ und}$$

$$h'' = H - h_2 = \frac{p_2}{\gamma}, \; H = \frac{p_2}{\gamma} + h_2.$$

Es ist also für den Zustand der Ruhe

$$\frac{p_1}{\gamma} + h_1 = \frac{p_2}{\gamma} + h_2 = \text{allgemein } \frac{p_x}{\gamma} + h_x = H = \text{konstant.}$$

und darnach auch:

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + (h_1 - h_2) \text{ oder:}$$

„Die Summe der hydrostratischen Druckhöhe und der absoluten Höhe ist für den Zustand der Ruhe überall in jedem Rohrquerschnitt konstant und zwar gleich der Gesamthöhe oder dem Höhenunterschied zwischen dem Oberwasserspiegel ($O_1 O_2$) und der Grundlinie MN, auf welche das ganze System bezogen ist."

Die zweite Gleichung besagt:

„Die hydrostatische Druckhöhe in einem tiefer gelegenen Querschnitt des Rohres ist gleich der hydrostatischen Druckhöhe in einem höher gelegenen Querschnitt, vermehrt um den lotrechten Höhenunterschied beider Querschnitte."

Denkt man sich nun das untere Ende des Rohres plötzlich geöffnet, so wird das Wasser ausfließen und zwar durch die Querschnitte F_1, F_x, F_2 mit den Geschwindigkeiten v_1, v_x und v_2. Nun soll noch vorausgesetzt werden, daß oben in das Rohr AB in

1) S. oben Seite 5.

der Zeiteinheit genau soviel Wasser zufließe, als unten ausfließt, daß also der Beharrungszustand bestehe.

Wie früher beim Ausfluß des Wassers aus Gefäßen nachgewiesen war, entspricht gemäß dem Grundgesetz vom freien Fall einer bestimmten Ausflußgeschwindigkeit eine ganz bestimmte Druckhöhe, welche durch den Ausdruck $\frac{v^2}{2g}$ dargestellt ist. Man bezeichnet diese Druckhöhe als die der Geschwindigkeit v entsprechende oder sie erzeugende Geschwindigkeitshöhe. Der Geschwindigkeit im Querschnitt F_1 entspricht also die Geschwindigkeitshöhe $\frac{v_1^2}{2g}$, derjenigen in F_x die Geschwindigkeitshöhe $\frac{v_x^2}{2g}$ und im Querschnitt F_2 diejenige $\frac{v_2^2}{2g}$.

Da an der gesamten Druckhöhe H beim Öffnen des Rohres nichts geändert wurde, so kann diese Geschwindigkeitshöhe nur auf Kosten der hydrostatischen Druckhöhe gewonnen sein. Und in der Tat zeigen die drei Piezometerrohre in F_1, F_x und F_2 nach Öffnen des Rohres AB, also sofort nach dem Beginn der Ausströmung einen tieferen Stand, als im Ruhezustand. Die hydrostatischen Druckhöhen sind also kleiner geworden und sind dieselben in Fig. 26 mit $\frac{p_1}{\gamma}$, $\frac{p_x}{\gamma}$ und $\frac{p_2}{\gamma}$ bezeichnet. Die drei Oberwasserspiegel in den drei Piezometern stehen jetzt nicht mehr auf gleicher Höhe, wie beim Ruhezustand, sondern sind durch die Kurve $O'O''$ Fig. 26 begrenzt.

Da oben ausgeführt ist, daß die Erzeugung der Geschwindigkeit nur auf Kosten der hydrostatischen Druckhöhe erfolgen konnte, so müssen die letzteren um die Geschwindigkeitshöhen kleiner geworden sein, oder umgekehrt die Geschwindigkeitshöhen sind die Unterschiede zwischen der Gesamthöhe und der hydrostatischen Druckhöhe, vermehrt um die absolute Höhe, also für den Querschnitt F_1

$$\frac{v_1^2}{2g} = H - \left(\frac{p_1}{\gamma} + h_1\right),$$

für F_2 $\quad \frac{v_2^2}{2g} = H - \left(\frac{p_2}{\gamma} + h_2\right),$

und allgemein für den beliebigen Querschnitt F_x

$$\frac{v_x^2}{2g} = H - \left(\frac{p_x}{\gamma} + h_x\right).$$

Die drei Gleichungen lassen sich aber auch noch in der folgenden Form schreiben:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_1 = H \text{ und}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + h_2 = H, \text{ und allgemein}$$

$$\frac{v_x^2}{2g} + \frac{p_x}{\gamma} + h_x = H.$$

In diesen Gleichungen ist der wichtigste Grundsatz der Hydraulik enthalten, welcher heißt:

„Die Summe der Geschwindigkeitshöhe, der Druckhöhe und der absoluten Höhe ist für jeden Querschnitt der Rohrleitung konstant."

Dieser Lehrsatz ist unter dem Namen des Bernoullischen Satzes bekannt.[1])

Wie man sofort erkennt, ist der innere Druck gegen die Wandungen nicht mehr so groß, wie im Ruhezustand.

Im Querschnitt F_1 war z. B. im Ruhezustand der hydrostatische Druck:

$$\frac{p_1}{\gamma} = H - h_1,$$

d. h. gleich dem ganzen Abstand des Querschnittes F_1 von dem Oberwasserspiegel $O_1 O_2$. Derselbe ist im Bewegungszustand

$$\frac{p_1}{\gamma} = H - h_1 - \frac{v_1^2}{2g},$$

d. h. er ist um die Geschwindigkeitsdruckhöhe kleiner. Man bezeichnet diesen Druck als den hydrodynamischen oder hydraulischen Druck, und kann daher auch den Satz so ausdrücken:

„Die hydraulische Druckhöhe in einem beliebigen Querschnitt ist um die Geschwindigkeitsdruckhöhe in diesem Querschnitt kleiner als die hydrostatische Druckhöhe."

Für den Querschnitt F_2 folgt aus den obigen Gleichungen:

$$\frac{p_2}{\gamma} = H - \frac{v_2^2}{2g} - h_2 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_1 - \frac{v_2^2}{2g} - h_2, \text{ oder}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + (h_1 - h_2) + \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right), \text{ oder:}$$

1) Derselbe ist zuerst von dem berühmten Physiker und Mathematiker Daniel Bernoulli im Jahre 1738 in seiner Hydrodynamik aufgestellt worden.

„die hydraulische Druckhöhe in irgendeinem Querschnitt ist gleich der hydraulischen Druckhöhe in einem höher gelegenen Querschnitt, vermehrt um die Differenz der absoluten Höhen dieser Querschnitte und die Differenz der Geschwindigkeitshöhen dieser Querschnitte."

Aus der Beziehung

$$\frac{p_1}{\gamma} = (H - h_1) - \frac{v_1^2}{2g}$$

folgt sofort, daß die hydraulische Druckhöhe um so kleiner wird, je größer die Geschwindigkeit ist, d. h. je rascher das Wasser in dem Rohre fließt. Wird z. B. $\frac{v_1^2}{2g} = H - h_1$, so wird $\frac{p_1}{\gamma} = 0$, d. h. es findet überhaupt kein Druck des Wassers gegen die Gefäßwandungen mehr statt. Es ist nun auch der Fall denkbar, daß $\frac{v_1^2}{2g}$ größer ist als $H - h_1$, oder $\frac{v_1^2}{2g} = H - h_1 + x$, worin x die Druckhöhe bezeichnet, um welche die Geschwindigkeitshöhe größer ist als die Höhe $H - h_1$.

Schreibt man die vorige Gleichung in der Form

$$(H - h_1) + x - \frac{v_1^2}{2g} = 0, \text{ oder}$$

$$-x = (H - h_1) - \frac{v_1^2}{2g},$$

so stimmt die rechte Seite mit der obigen Gleichung der hydraulischen Druckhöhe überein. Setzt man $\frac{p_1}{\gamma}$ für x ein, so folgt

$$-\frac{p_1}{\gamma} = (H - h_1) - \frac{v_1^2}{2g},$$

d. h. die hydraulische Druckhöhe wird jetzt negativ oder es findet nicht nur kein Überdruck, sondern ein Unterdruck, d. h. ein Druck von außen nach innen statt.

Man nennt die Erzeugung eines solchen Unterdruckes oder einer Depression die saugende Wirkung einer bewegten Wassermasse.

In Fig. 27 sind die 3 Fälle in den Druckhöhen der Piezometer dargestellt.

In Fig. 27a ist $\frac{p_1}{\gamma} = (H - h_1) - \frac{v_1^2}{2g}$; $\frac{p_1}{\gamma}$ ist positiv.

In Fig. 27b ist $\frac{p_1}{\gamma} = 0$, also $\frac{v_1^2}{2g} = H - h_1$; $\frac{p_1}{\gamma}$ ist null.

In Fig. 27c ist $\frac{p_1}{\gamma} = -\left[(H - h_1) - \frac{v_1^2}{2g}\right]$, oder $\frac{p_1}{\gamma}$ ist negativ.

Die Geschwindigkeitshöhe ist im ersten Falle:

$$\frac{v_1^2}{2g} = (H - h_1) - \frac{p_1}{\gamma},$$

im zweiten Falle:

$$\frac{v_1^2}{2g} = (H - h_1) - 0 = H - h_1,$$

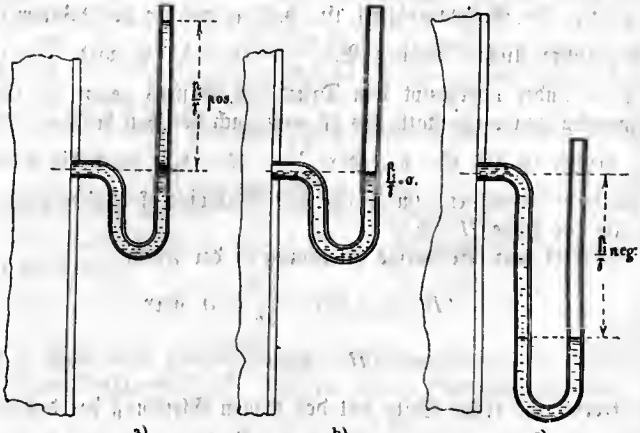


Fig. 27. Piezometer.

im dritten Falle:

$$\frac{v_1^2}{2g} = (H - h_1) + \frac{p_1}{\gamma}.$$

Aus der ersten Gleichung folgt sofort wieder, daß für $v_1 = 0$, also für den Ruhezustand, $\frac{p_1}{\gamma} = H - h_1$ ist, d. h. daß im Ruhezustand die hydraulische Druckhöhe gleich der hydrostatischen Druckhöhe ist.

1. Beispiel. Bei dem in Fig. 26 gezeichneten Rohre sei der Durchmesser des kreisförmigen Querschnittes F_1, $D_1 = 0{,}2$ m, derjenige von F_2, $D_2 = 0{,}15$ m. Es sei ferner $H = 2$ m, $h_1 = 0{,}8$ m, $h_2 = 0{,}5$ m. Wie groß sind die Geschwindigkeiten v_1, v_2, die zugehörigen Druckhöhen, die hydraulischen Druckhöhen in den Quer-

schnitten F_1 und F_2, wenn die Wassermenge, welche in der Sekunde durch den Querschnitt F_1 oder F_2 fließt, gleich 25 l = 0,025 cbm ist? Es ist zunächst

$$Q = F_1 \cdot v_1, \quad \text{also} \quad v_1 = \frac{Q}{F_1} = \frac{0{,}025}{0{,}2^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 0{,}796 \text{ m/Sek.}$$

Aus der Gleichung $\frac{v_2}{v_1} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$ folgt ferner

$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = 0{,}796 \cdot \left(\frac{0{,}2}{0{,}15}\right)^2 = 0{,}796 \cdot 1{,}77 = 1{,}41 \text{ m/Sek.}$$

Die entsprechenden Druckhöhen sind:

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{0{,}796^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}0323 \text{ m} \quad \text{und} \quad \frac{v_2^2}{2g} = \frac{1{,}41^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}1014 \text{ m}$$

Aus der allgemeinen Gleichung

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + h_1 = H,$$

folgt zunächst

$$\frac{p_1}{\gamma} = H - h_1 - \frac{v_1^2}{2g} = 2 - 0{,}8 - 0{,}0323 = 1{,}168 \text{ m.}$$

Dieselbe Gleichung ergibt für den zweiten Querschnitt:

$$\frac{p_2}{\gamma} = (H - h_2) - \frac{v_2^2}{2g} = (2 - 0{,}5) - 0{,}1014 = 1{,}399 \text{ m}$$

2. Beispiel. Bei welcher Querschnittsgröße in F_2 ist im vorigen Beispiel der hydraulische Druck gleich 0?

Aus der Gleichung

$$\frac{p_2}{\gamma} = (H - h_2) - \frac{v_2^2}{2g},$$

folgt für $\frac{p_2}{\gamma} = 0$

$$\frac{v_2^2}{2g} = H - h_2 = 2 - 0{,}5 = 1{,}5 \text{ m}$$

und daraus

$$v_2 = \sqrt{1{,}5 \cdot 2 \cdot 9{,}81} = 5{,}43 \text{ m/Sek.}$$

Der Querschnitt berechnet sich demnach zu

$$F_2 = \frac{Q}{v_2} = \frac{0{,}025}{5{,}43} = 0{,}0046 \text{ qm} \quad \text{und} \quad D = 0{,}077 \text{ m} = 7{,}7 \text{cm.}$$

Das Verhältnis dieses Querschnittes zu dem oben angegebenen ist für diesen Fall $\frac{F_1'}{F_2} = \frac{0{,}0046}{0{,}0176} = \frac{1}{3{,}82}$, d. h. etwa nur $^1/_4$ des Querschnittes F_2.

3. Beispiel. Wie groß ist im vorigen Beispiel die Saugspannung, wenn der Querschnitt F_2 nur 6 cm im Durchmesser erhält?

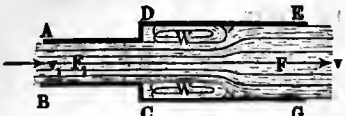


Fig. 28.
Plötzliche Querschnittserweiterung.
Aus: Weißbach-Herrmann, Ingenieurmechanik, 3. Aufl. 1875. I. Teil, Theoretische Mechanik.

Es ist

$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = 0{,}796 \cdot \left(\frac{0{,}2}{0{,}06}\right)^2 = 0{,}796 \cdot 11{,}09 = 8{,}83 \text{ m},$$

ferner

$$\frac{p_2}{\gamma} = H - h_2 - \frac{v_2^2}{2g} = 2 - 0{,}5 - \frac{8{,}83^2}{19{,}62} = -3{,}974 - 0{,}5 + 2 = -2{,}474 \text{ m}.$$

3. Leitungen mit plötzlichen Querschnittsänderungen.

Man hat hierbei zwei Möglichkeiten zu unterscheiden, nämlich 1. den Übergang von einem engeren zu einem weiteren Querschnitt und 2. den umgekehrten Fall, also plötzliche Querschnittsverengerung.

In Fig. 28 ist der erste dieser Fälle dargestellt. Das Rohr AB vom Querschnitt F_1 geht bei CD plötzlich in den Querschnitt F über. Es ist klar, daß der plötzlichen Querschnittsvergrößerung eine plötzliche Geschwindigkeitsabnahme entspricht, denn es ist auch hier wieder $F_1 \cdot v_1 = F \cdot v$, also $v = v_1 \cdot \frac{F_1}{F}$, worin F_1 kleiner als F, also auch v kleiner als v_1 ist, weil $\frac{F_1}{F}$ kleiner als 1 wird.

Der Geschwindigkeitsabnahme entspricht auch ein Druckhöhenverlust und berechnet sich derselbe aus der Gleichung

$$h = \frac{(v_1 - v)^2}{2g} \quad \text{oder} \quad 2gh = (v_1 - v)^2$$

und $\sqrt{2gh} = v_1 - v$. Da nun $v_1 = \frac{F}{F_1} \cdot v$ ist, so folgt auch

$$\sqrt{2gh} = \frac{F}{F_1} \cdot v - v = \left(\frac{F}{F_1} - 1\right) \cdot v,$$

oder rückwärts

$$h = \left(\frac{F}{F_1} - 1\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

d. h. der Druckhöhenverlust ist dem Quadrate des Verhältnisses der Querschnitte direkt proportional.

Für $F = F_1$ ist $\frac{F}{F_1} - 1 = 0$, d. h. ein Druckhöhenverlust findet überhaupt nicht statt.

Für $\frac{F}{F_1} = 2$ ist $h = (2-1)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}$, d. h. beim Übergang in den doppelten Querschnitt ist der Druckhöhenverlust gerade gleich der, der Geschwindigkeit v entsprechenden Druckhöhe.

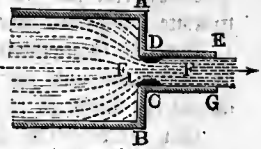


Fig. 29. Plötzliche Querschnittsverengerung.

Aus: Weißbach-Herrmann, Ingenieurmechanik, 3. Aufl. 1875. I. Teil, Theoretische Mechanik.

Der zweite Fall, plötzliche Querschnittsabnahme, ist in Fig. 29 dargestellt. Man nennt das Rohr $CDEG$ ein Ansatzrohr. Dieser Fall findet bei allen Ausflußrohren an größeren Gefäßen statt. Es gehört also auch der auf S. 48 beschriebene Fall des Ausflusses des Wassers aus einem Bodenrohr eines größeren Gefäßes hierher.

Der Druckhöhenverlust ist hier wieder ausgedrückt durch die Gleichung

$$h = \left(\frac{F}{\alpha \cdot F_1} - 1\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

worin α ein sogenannter Kontraktionskoeffizient ist und $\alpha \cdot F_1$ der Querschnitt des kontrahirten Wasserstrahls an der engsten Stelle des Rohres $CDEG$ ist.

3. Kapitel.

Die Bewegung von Flüssigkeiten in offenen Kanälen. Die Wassermessung.

Bei der Bewegung des Wassers in offenen Kanälen fließt dasselbe lediglich unter dem Einfluß der Schwere dahin, irgendwelcher Druck auf dasselbe, wie dies bei geschlossenen Rohrleitungen möglich ist, findet hier nicht statt.

Hinsichtlich des, das fließende Wasser aufnehmenden Gerinnes unterscheidet man natürliches Gerinne, das Bett von Strömen, Flüssen und Bächen (Strom-bett, Fluß-bett) und künstliches Ge-

rinne, Kanäle, Gräben (Ober- und Untergräben und -Gerinne).

Damit eine Bewegung in den Gerinnen überhaupt stattfindet, müssen dieselben an den verschiedenen, aufeinanderfolgenden Punkten, nach welchen das Wasser hingeleitet werden soll, verschiedene relative Höhenlagen besitzen. Man nennt den Höhenunterschied des Oberwasserspiegels an verschiedenen Punkten bezogen auf eine bestimmte Länge des Gerinnes das Gefälle desselben.

Dasselbe ist unabhängig von der Querschnittsform und Größe des Gerinnes und nur abhängig von dem relativen Höhenunterschiede des Anfangs und des Endes des betrachteten Wasserlaufes.

Man unterscheidet das Gesamtgefälle eines Flusses, d. h. den Höhenunterschied zwischen Quelle und Mündung ins Meer oder in einen anderen Fluß, das Nutzgefälle oder disponible, verfügbare Gefälle, d. h. dasjenige Teilstück des Gesamtgefälles, welches für eine bestimmte Wasserkraftanlage nutzbar gemacht werden kann, und das relative Gefälle, häufig auch das kilometrische Gefälle genannt d. h. das Gefälle bezogen auf eine bestimmte Längeneinheit z. B. 1 km oder in Prozenten der Länge ausgedrückt. So bezeichnet man mit einem Gefälle von 0,2 % ein solches, welches auf 1 km Länge 2 m beträgt.

Bei Wasserkraftanlagen wird fast immer nur das Nutzgefälle angeführt. Das Gesamtgefälle eines Flusses interessiert technisch meistens weniger und hat dasselbe nur geographisches Interesse. So liegen z. B. die Quellen des Rheines Tausende von Metern über dem Meeresspiegel. Der Vorderrhein entspringt aus dem Tomasee am nordöstlichen Abhang des Six-Madun in der Schweiz, 2344 m über dem Meere, der Mittelrhein aus dem Val Cadlimo in etwa 2000 m Höhe, der Hinterrhein aus dem Rheinwaldgletscher bei 2216 m Höhe. Dieses enorme Gefälle des Rheines verteilt sich aber auf den Gesamtstromlauf des Rheines von 1370 km Länge folgendermaßen:

	Länge in km	Gefälle in m
Von den Quellen bis Basel	456	2118
Von Basel bis Wesel	450	210
Von Wesel bis zu den Mündungen	464	16
Summe	1370	2344

Die folgende Tabelle gibt für die wichtigsten Flüsse der Erde die Stromlänge, das Gesamtgefälle und das mittlere kilometrische Gefälle an.

Gefälle von der Quelle bis zur Mündung,	m	Stromlänge, km	Gefälle im Mittel, m pro km
1. Europäische Flüsse			
Donau	750	2840	0,264
Elbe	1385	1165	1,103
Oder	627	900	0,700
Po	1952	527	3,704
Rhein	2344	1370	1,710
Rhone	1667	812	2,050
Seine	471	770	0,612
Weichsel	ca. 400	1050	0,381
Wolga	273	3688	0,074
2. Außereuropäische Flüsse			
Amazonenstrom	3653	5340	0,684
Ganges	3935	2460	1,600
Indus	6700	3181	2,106
Mississippi	512	4209	0,121
Nil	2600	6270	0,414
Sambesi	1450	2200	0,660

Das größte kilometrische Gefälle hat somit der Po mit 3,704 m, das kleinste die Wolga mit 0,074 m.

Das Nutzgefälle oder disponible Gefälle umfaßt immer nur einen Teil des Gesamtgefälles eines Flusses. Es ist nur gebildet durch den relativen Höhenunterschied zweier Punkte eines Wasserlaufs, Flusses oder Baches, zwischen welchen eine Wasserkraftanlage angelegt werden soll, welche noch in das Bereich eines Besitzers oder Pächters fallen.

Liegt z. B. derjenige Punkt des Wasserlaufes, welcher den obersten, für die Wasserentnahme zur Verfügung stehenden Höhenpunkt darstellt, 150 m, der unterste 137 m über dem Meeresspiegel, so ist das disponible Gefälle 13 m, von welchem jedoch auch nur ein gewisser Prozentsatz nutzbar gemacht werden kann.

Sowohl oberhalb als auch unterhalb der beiden Grenzpunkte sind fast immer noch andere Anlagen vorhanden, deren Gefälle ebenfalls beschränkt ist. Indessen ist auf beide Nachbarwerke bei der Anlage und dem Betriebe einer Wasserkraftanlage Rücksicht zu nehmen, denn weder darf das Gefälle des höher liegenden Besitzers durch Rückstau verringert, noch dasjenige des tiefer liegenden Interessenten durch Tieferlegen des Abflusses des Abwassers geschädigt werden[1]).

1) Näheres hierüber s. in der in dieser Sammlung erschienenen Schrift des Verfassers über „die Wasserkraftmaschinen" Nr. 228 dieser Sammlung, S. 3 u. folg.

Je nach der Höhe des für Wasserkraftanlagen zur Verfügung stehenden Gefälles unterscheidet man sogenannte Niederdruckwerke mit Gefällhöhen bis zu etwa 10 m und Hochdruckwerke mit Gefällen von 10 bis 900 m.

Einige Angaben über Nutzgefälle von Wasserkraftanlagen in Europa und Amerika dürften von Interesse sein.

In Deutschland sind, außer in den Alpengebieten, dem Schwarzwald und den Vogesen, Gefälle über 10 m in der Regel nicht vorhanden. Durch Talsperren allerdings sind Anlagen mit recht beträchtlichem, künstlichem Gefälle geschaffen worden, so z. B. bei Heimbach in der Eifel von 70—110 m, bei den Kraftwerken am Doller in den Vogesen 100 m und bei den Kraftwerken an der Wupper (Rheinprovinz) 202 m Gesamtgefälle.

In der Schweiz haben die Werke von Rheinfelden 2,8—4,9 m, diejenigen von Neuhausen-Schaffhausen 4,2—4,8 m, diejenigen bei Wangen a. d. Aare 6,3—9,3 m Gefälle, während von Hochdruckwerken diejenigen von Val de Travers mit 230 m Gefälle in 4 Stufen, von Lindthal mit 248 m, von Bellinzona mit 550 m und von Vouvry sogar mit 950 m Gefälle beachtenswert sind.

Das letztere Werk enthält Turbinen, welche von dem Wasser des 1416 m über dem Meere liegenden Taney-Sees in der Nähe von St. Maurice im oberen Rhonethale gespeist werden. Dies ist das höchste bisher wohl überhaupt nutzbar gemachte Gefälle der Welt. In dieser, im wesentlichen für Beleuchtungszwecke bestimmten Anlage stehen 2700 Pferdestärken während jährlich 1000 Stunden zur Verfügung.

In Österreich haben z. B. die Sillwerke bei Innsbruck 182 m Gefälle, die Kaiserwerke in Nordtirol 320 m. In Italien finden sich Werke mit Gefällen bis 350 m, während neuerdings im Apennin Werke mit 750—800 m Gefälle geplant sind.

Die Bewegung des Wassers in natürlichen Wasserläufen, Flüssen und Bächen ist meistens eine unregelmäßige und von der natürlichen Bodenbeschaffenheit abhängig. Um diese, häufig für die Schiffahrt und Nutzbarmachung der Wasserkräfte ungeeigneten Flußbette zu verbessern, werden entweder im Flußbett selbst Flußkorrektionen durch Baggerungen und Eindämmungen vorgenommen oder künstliche Flußbette geschaffen. Solche finden sich für kürzere oder längere Strecken fast in allen Flußläufen. Erwähnt sei unter anderen das auf etwa 5 km regulierte Rheinbett beim Einfluß desselben in den Bodensee zwischen St. Margarethen und Rheineck.

Für Wasserkraftanlagen werden fast ausnahmslos künstliche Wasserläufe, **Kanäle** angelegt, der sogenannte **Obergraben** oder das **Obergerinne**, zur Einführung des Wassers in das Kraftwerk, und der **Untergraben** oder das **Untergerinne** zur Ableitung des gebrauchten Wassers. Aber auch für viele andere Zwecke sind künstliche Wasserläufe erforderlich, und hat man daher folgende verschiedene Arten von Kanälen zu unterscheiden:

1. Werkkanäle, Fabrikskanäle, Mühlkanäle oder Mühlgräben, welche alle dem oben angeführten Zweck der Zuleitung des Kraftwassers für Wasserkraftmaschinen dienen.

2. Ent- und Bewässerungskanäle zur Ab- bzw. Aufleitung des Wassers von bzw. auf den Kulturboden, also für landwirtschaftliche Zwecke, 3. städtische Kanäle, Straßenkanäle für Abwässer, Abfuhr der Fäkalien usw. 4. Wasserleitungskanäle für Wasserversorgung 5. Schiffahrtskanäle zur Schaffung eines künstlichen Wasserweges.

Nicht selten kann ein Kanal mehreren Zwecken dienen, so z. B. gleichzeitig als Werkskanal und als Schiffahrtskanal Anwendung finden.

Zur Berechnung der Durchflußmenge Q in cbm/Sek. bei offenen Kanälen dient die Gleichung

$$Q = F \cdot v,$$

worin F den Durchflußquerschnitt des Wasserkörpers in qm, v die mittlere Geschwindigkeit des Wassers im Querschnitt F in m/Sek. bedeutet.[1])

Diese Gleichung findet Anwendung zur Ermittlung der Durchflußwassermenge bei Wassermessungen in Flüssen, Kanälen, Obergräben von Wasserkraftanlagen usw.

Eine **Wassermessung** kann nur in einem solchen Teile eines Wasserlaufes (Flusses, Baches, Kanals) vorgenommen werden, welcher auf eine Länge von mindestens der 10fachen der größten Wasserspiegelbreite gleichmäßig und geradlinig verläuft. Ist z. B die Wasserspiegelbreite gleich 2 m, so sollte die Länge des Kanalstückes, in welchem die Wassermessung vorgenommen wird, mindestens 20 m betragen.

Es soll hierdurch bezweckt werden, daß in der geraden Strecke die Wasserteilchen sich mit möglichst gleichförmiger Geschwindigkeit

1) Über die Berechnung der Geschwindigkeit v unter **Berücksichtigung der Reibungswiderstände** s. Kap. 4.

geradlinig fortbewegen, so daß also möglichst gar keine Wellenbewegungen des Wassers mehr auftreten, da sonst die Bestimmung der mittleren Wassergeschwindigkeit höchst ungenau wird.

Zur Messung der Wassergeschwindigkeit selbst dienen folgende Instrumente:

1. Schwimmkörper, Schwimmstäbe und Schwimmkugeln, welche in das Wasser eingelassen die Geschwindigkeit des Stromes annehmen und in einer bestimmten Zeit einen genau abgemessenen Weg zurücklegen.

2. Hydrometrische Röhren.

3. Hydrometrische Flügel.

Die Messung mittelst Schwimmkörper wird in der Weise ausgeführt, daß eine möglichst geradlinige Strecke z. B. von 40 m Länge abgemessen wird und der Anfangs- und Endquerschnitt durch eingeschlagene Holzpflöcke und eine, über den Bach oder Kanal gespannte Schnur genau markiert wird.

Nun senkt man den Schwimmkörper etwa 2—3 m vor dem Anfangsquerschnitt in das Wasser, beobachtet genau die Zeit, in welcher der Körper unter der Schnur des Anfangsquerschnittes hindurchgeht und ebenso die Zeit beim Passieren des Endquerschnittes. Aus der Gesamtzeit und der Länge der Meßstelle läßt sich dann die mittlere Oberflächengeschwindigkeit berechnen.

Beispiel. Zeit beim Passieren des Anfangsquerschnittes 11h 38′ 48″. Zeit beim Passieren des Endquerschnittes 11h 39′ 45″, also die Zeit t zum Durchfließen der Kanallänge

$l = 40$ m, $t = 11\text{h } 39' 45'' - 11\text{h } 38' 48'' = 57$ Sek.,

folglich, da

$$v \cdot t = l \text{ ist, } v = \frac{l}{t} = \frac{40}{57} \sim 0{,}7 \text{ m/Sek.}$$

Bei breiteren Querprofilen dürfte es sich empfehlen, in mehreren Abständen, z. B. nahe an beiden Ufern (ca. $\frac{1}{2}$ m Abstand) und in der Mitte oder in mehreren Wasserfäden dieselbe Messung zu wiederholen.

Auf alle Fälle gibt diese Methode nur angenähert richtige Werte für Überschlagsberechnungen und für solche Fälle, wo keine anderen, genaueren Meßinstrumente zur Verfügung stehen. Für genauere Messungen sind die folgenden Instrumente zu verwenden.

Von den hydrometrischen Röhren sind die bekanntesten diejenigen von Pitot, Darcy und Frank.

Sie bestehen im wesentlichen alle aus einem vertikalen Glasrohr oder einem Metallrohr mit Glasrohreinlage und Doppelschlitz mit einem, am unteren Ende befindlichen wagrechten Schenkel, welcher letztere mit seiner Eintrittsöffnung gegen die strömende Flüssigkeit gestellt wird, so daß dieselbe in den Schenkel und das Glasrohr einströmt und dabei in dem lotrechten Schenkel um einen bestimmten Betrag h über den Wasserspiegel gehoben wird, welcher dem Quadrate der Strömungsgeschwindigkeit h proportional ist.

Aus der Gleichung $h = k \cdot \frac{v^2}{2g}$ folgt $v = \sqrt{\frac{2g \cdot h}{k}}$, worin k ein für jedes Instrument ermittelter und in Rechnung zu setzender Beobachtungskoeffizient ist.

Bei neueren Verbesserungen dieser hydrometrischen Röhren sind außen am Glasrohr oder dem Metallmantel Skalen angebracht, mittels deren direkt an einer Höhenstellungsmarke (Visier) die Geschwindigkeit des Wassers abgelesen werden kann.

Durch Verstellung der Röhre in horizontaler Richtung und in der Höhenrichtung innerhalb des Wasserlaufs von der Oberfläche nach unten kann für eine große Reihe von Wasserfäden die absolute Einzelgeschwindigkeit und hieraus die mittlere Geschwindigkeit des Stromes berechnet werden.

Die genauesten Messungen endlich ergeben die hydrometrischen Flügel, insbesondere der sogenannte Woltmannsche Flügel. Derselbe ist in Fig. 30 abgebildet und besteht im wesentlichen aus einer horizontalen Welle AB mit 2 bis 5 schief gegen die Achsenrichtung stehenden schraubenförmigen oder geraden Flächen oder Flügeln F. Unter das Wasser getaucht und der Bewegungsrichtung desselben entgegengehalten gibt der Flügel durch die Anzahl seiner Umdrehungen innerhalb einer gewissen Zeit die Geschwindigkeit des fließenden Wassers an. Um die Anzahl dieser Umdrehungen ablesen zu können, erhält die Welle ein paar Schraubengänge C, welche zwischen die Zähne eines Rades D eingreifen. Auf den Seitenflächen des letzteren sind Ziffern eingraviert, welche an einem festen Zeiger die Anzahl der Umdrehungen angeben.

Um jedoch eine größere Anzahl von Umdrehungen beobachten zu können, wird auf die Welle dieses Zahnrades noch ein Getriebe aufgesetzt, das in ein zweites Zahnrad E eingreift, an dem sich, wie am Stundenzeiger einer Uhr, vielfache Werte, z. B. das Fünf- oder Zehnfache der Umdrehungen ablesen läßt.

Hat z. B. jedes der beiden Zahnräder 50 Zähne und das Getriebe deren 10, so dreht sich das zweite Rad um einen Zahn, während das erste um 5 Zähne weiterrückt oder das Flügelrad 5 Umdrehungen macht. Wenn z. B. der Zeiger des ersten Rades auf $12 = 10 + 2$, derjenige des zweiten auf 32 steht, so ist hiernach die entsprechende Umdrehungszahl des Flügels

$$n = 32\tfrac{1}{2} \cdot 5\tfrac{1}{2} + 2 = 162.$$

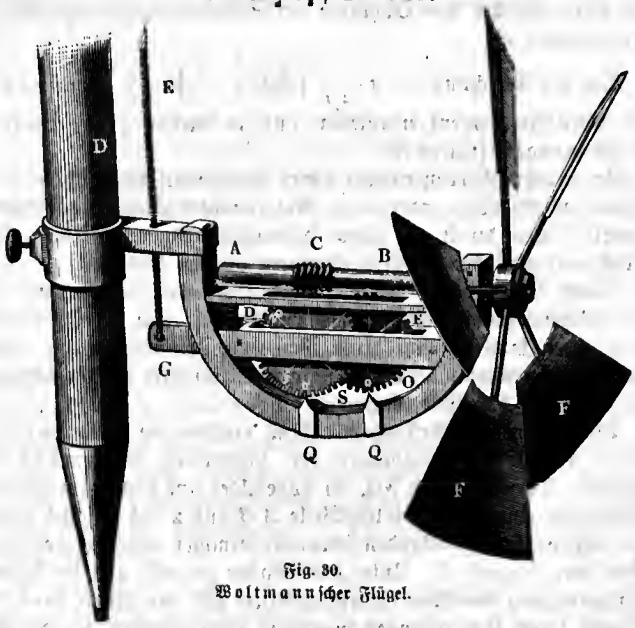


Fig. 30.
Woltmann'scher Flügel.

Das Instrument wird an einen langen Stab angeschraubt, um es bequem ins Wasser eintauchen und dem Strom entgegenhalten zu können.

Damit aber das Räderwerk nur während der Beobachtungszeit z. B. 1 Minute, umlaufe, läßt man seine Achse in Pfannen gehen, welche auf einem Hebel GO sitzen, der durch eine Feder niedergedrückt wird, so daß ein Eingreifen der Zähne des ersten Rades in die Schraubengänge nur so lange stattfindet, als man den Hebel GO mittelst einer Schnur GE nach oben zieht.

Da es bei längeren Messungen zu zeitraubend ist, das Instru-

ment zwecks Ablesung des Zählwerks immer aus dem Wasser herauszuheben, hat man solche Flügel mit elektrischer und akustischer Zeichengebung konstruiert. Sie geben ein Signal bei jeder Umdrehung des Schraubenrades.

Hat z. B. das letztere 100 Zähne, so dreht sich dasselbe einmal um, wenn das Flügelrad sich hundertmal umgedreht hat. Man beobachtet nun die Zeit zwischen zwei Signalen, welches jedesmal nach einer Umdrehung des Schraubenrades ertönt.

Man rückt also das Instrument ein, zählt die Sekundenzahl zwischen je zwei Signalen und berechnet daraus die Umdrehungszahl des Flügelrades.

Beispiel. Es sollen drei Messungen gemacht werden.

a. Beobachtungszeit zwischen zwei Signalen 10 Sek.
b. " " " " 13 "
c. " " " " 11 "

mittlere Zeit $= \frac{10+11+13}{3} = \frac{34}{3} = 11{,}3$ Sek. für eine Umdrehung des Schraubenrades, also (bei 100 Zähnen) $z = \frac{100}{11{,}3} = 8{,}85$ Umdrehungen des Woltmannschen Flügels pro Sek.

Kennt man nun noch die Konstante des Instrumentes (d. h. je 10 Umdrehungen des Flügels entspricht eine bestimmte Wassergeschwindigkeit in Metern) so läßt sich daraus sofort die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers an der Meßstelle berechnen.

Ist z. B. die Konstante $k = 0{,}7$ m, d. h. es entsprächen zehn Umdrehungen des Flügels einer Wasserströmungsgeschwindigkeit von 0,7 m/Sek. so ist die gemessene Geschwindigkeit

$$v = k \cdot \frac{8{,}85}{10} = 0{,}7 \cdot 0{,}885 = 0{,}6195 \sim 0{,}62 \text{ m/Sek.}$$

Ganz richtig ist jedoch diese Berechnungsweise insofern auch noch nicht, als die Umdrehungszahl des Flügelrades in einer Sekunde nicht genau der Geschwindigkeit des Wassers proportional ist.

Die Gleichung

$$v = k \cdot n$$

entspricht nicht genau den wirklichen Verhältnissen, vielmehr ist die Gleichung

$$v = \alpha \cdot n + \sqrt{v_0^2 + \beta \cdot n^2}$$

anzuwenden.

Darin ist mit v_0 diejenige kleinste Wassergeschwindigkeit bezeichnet, bei welcher das Wasser nicht mehr imstande ist, das Flügelrad in Umdrehung zu setzen, mit n die Tourenzahl in der Sekunde, während α und β Erfahrungskoeffizienten sind, welche für jedes Instrument empirisch bei der Eichung festzustellen sind.

Beispiel. Es sei $v_0 = 0{,}03$ m, $\alpha = 0{,}15$, $\beta = 0$, und es seien in 80 Sekunden 210 Umdrehungen beobachtet, so ist $n = \frac{210}{80}$, also

$$v = 0{,}15 \cdot \frac{210}{80} + \sqrt{0{,}03^2} = 0{,}15 \cdot 2{,}625 + 0{,}03 = 0{,}4237$$

$$\sim 0{,}424 \text{ m/Sek.}$$

Um nun mit den besten dieser Instrumente auch möglichst genaue Messungen vorzunehmen, ist es auch erforderlich, in einem möglichst gleichförmigen Querschnitt in möglichst vielen Punkten die Einzelgeschwindigkeiten zu messen und daraus die richtige, mittlere Wassergeschwindigkeit zu berechnen.

Fig. 31. Stromprofil.

Bei dem Stromprofil CD, Fig. 31, ist in den 6 Lotrechten 1—6 zu messen und zwar entweder nur in der Oberfläche oder in verschiedenen Tiefen, z. B. in Abständen von je $\frac{1}{2}$ m (bei größeren Tiefen sind die Abstände etwa 1 m oder mehr) und aus den Einzelwerten die mittlere Geschwindigkeit des Wassers zu berechnen.

Bezeichnet z. B. U_1 die Geschwindigkeit des Wassers in der Lotrechten durch 1, Fig. 31, und t_1 die Tiefe des Profils bis zur Kanalsohle in der Lotrechten 1, so gilt für die Berechnung der mittleren Geschwindigkeit in diesem Wasserprofil 1 die Gleichung

$$C_1 = \frac{1 + 0{,}15 \cdot \sqrt{t_1}}{1 + 0{,}225 \cdot \sqrt{t_1}} \cdot U_1.$$

In derselben Weise sind die mittleren Geschwindigkeiten in den Lotrechten 2, 3, 4 usw. zu messen und zu berechnen und man erhält dann daraus schließlich die mittlere Wassergeschwindigkeit im ganzen Profil aus der Gleichung

$$C_m = \frac{C_1 + C_2 + C_3 + \cdots C_6}{6}$$

Genauere Formeln zur Berechnung der mittleren Wassergeschwindigkeit sind aufgestellt von Bazin, Ganquillet und Kutter, auf welche hier nur verwiesen werden kann.[1])

Die Querprofile der Flüsse und Bäche sind meistens kreissektorförmig, diejenigen der künstlichen Gerinne meistens trapezförmig oder rechteckig, seltener kreissektorförmig.[2])

Von den Einrichtungen zur Regelung der Wassergeschwindigkeit in den Kanälen, zum Abschluß derselben und zur Verbindung von Kanälen in verschiedenen Höhenlagen sind die wichtigsten die Schützen, die Wehre, die Schleusen und die Hebewerke, auf welche jedoch hier des Raummangels wegen nicht näher eingegangen werden kann.

4. Kapitel.

Die hydraulischen Widerstandskoeffizienten.

Die in den früheren Kapiteln abgeleiteten Gleichungen gaben die theoretischen Werte der Geschwindigkeiten, Ausflußmengen usw. In Wirklichkeit sind jedoch diese Werte wesentlich kleiner, weil die Bewegungsvorgänge der Flüssigkeiten mehr oder weniger stark durch die Widerstände beeinflußt werden, welche ihnen die festen Wandungen, Ausflußöffnungen, Querschnittsverhältnisse der Rohrleitungen usw. entgegensetzen. Im wesentlichen sind es die Widerstände, welche durch die Reibung der Flüssigkeit an den Gefäßwänden, durch Richtungsänderungen, durch Abschlußorgane in den Leitungen verursacht werden, und die Widerstände, welche durch die Kontraktionen der Flüssigkeit beim Ausfluß ins Freie entstehen. Man hat diesen Widerständen dadurch Rechnung getragen, daß man die theoretischen Werte noch mit bestimmten, erfahrungs- und versuchsmäßig festgestellten Koeffizienten multipliziert, welche stets kleiner als 1 sind, so daß die effektiven oder wirklichen Werte stets kleiner als die theoretisch berechneten sind.

Die drei wichtigsten dieser Koeffizienten sind

1. der Kontraktionskoeffizient,

---

1) Näheres s. Lexikon d. gesamt. Technik. 2. Aufl. Bd. V. S. 150. 3: Die stationäre Bewegung des Wassers in natürlichen oder künstlichen Kanälen.

2) Über die Ausführung der Kanäle s. Näheres in den Lehrbüchern über Wasserbau; desgl. Lexikon d. ges. Technik, 2. Aufl. Hydraulik; Schiffahrtskanäle usw.

2. der Ausflußkoeffizient,
3. der Reibungskoeffizient,

über deren Bedeutung und Größe kurz folgendes auszuführen ist[1]).

1. Der Kontraktionskoeffizient.

Beim Ausfluß des Wassers aus einer Mündung in einer dünnen Wand, deren Kanten scharf zugespitzt sind, wie es in Fig. 32 dargestellt ist, findet eine Einschnürung, Kontraktion des ausfließenden Strahles statt. Die stärkste Einschnürung findet in einem Abstand statt, welcher ungefähr gleich der halben Mündungsweite ist, und ist der Durchmesser des Wasserstrahles (kreisrunde Ausströmungsöffnung vorausgesetzt) gleich 0,8 des Mündungsdurchmessers. Die Querschnitte beider Flächen verhalten sich demnach wie

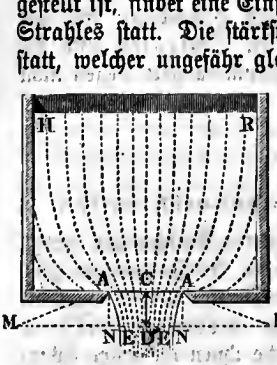


Fig. 32. Kontraktion des ausfließenden Wasserstrahls.
Aus: Weißbach-Herrmann, Ingenieurmechanik, 3. Aufl. 1875. I. Teil, Theoretische Mechanik.

$$1 : 0{,}8^2 = 1 : 0{,}64,$$

also, da die Ausflußmengen dem Querschnitt direkt proportional sind bei sonst gleichen Verhältnissen, auch die Ausflußmengen. Die wirkliche oder effektive Ausflußmenge ist also

$$Q_e = 0{,}64 \cdot Q_{th},$$

d. h. nur 64% der theoretischen Ausflußmenge für den obigen Querschnitt und Ausfluß. Der Kontraktionskoeffizient α ist also für diesen Ausfluß

$$\alpha = 0{,}64.$$

2. Der Ausflußkoeffizient.

Diese Kontraktion ist jedoch nicht der einzige Verlust beim Ausfluß, vielmehr erleidet die theoretische Ausflußgeschwindigkeit noch eine Einbuße, welche wohl auf Reibungen in der Mündung, Reibungen der Wasserstrahlen am Boden des Gefäßes in der Nähe der Ausflußöffnung und auf Reibung der einzelnen Wasserfäden untereinander zurückzuführen ist.

---

1) Näheres s. Weißbach-Herrmann, Lehrbuch der Ingen.-Mechanik, 5. Aufl., Bd. I S. 968 ff.

Das Verhältnis der **effektiven** Ausflußgeschwindigkeit zur theoretischen nennt man den **Geschwindigkeitskoeffizienten**, d. h.

$$\frac{v_e}{v_{th}} = \varphi, \quad \text{also} \quad v_e = \varphi \cdot v_{th},$$

und das Produkt aus dem Kontraktions- und Geschwindigkeitskoeffizienten den **Ausflußkoeffizienten**, d. h.

$$\mu = \alpha \cdot \varphi, \quad \text{demnach}$$

$$Q_e = \mu \cdot Q_{th} = \alpha \cdot \varphi \cdot Q_{th},$$

worin Q_e und Q_{th} die effektiven bzw. theoretischen Ausflußmengen bedeuten.

Die Werte von α und μ, also auch von φ sind durch Versuche festgestellt worden und ändern sich sowohl mit der Mündungsform und Querschnittsgröße als auch mit der Druckhöhe. Die wichtigsten dieser Werte finden sich in den Tabellen der Handbücher der Hydraulik usw. aufgezeichnet und kann hier nur auf dieselben verwiesen werden[1]).

3. Der Reibungskoeffizient.

Wie die Erfahrung und zahlreiche Versuche über die Bewegung des Wassers in Rohrleitungen und Kanälen ergeben haben, findet beim Durchfluß des Wassers durch diese Leitungen eine **Reibung** des Wassers an den Oberflächen oder Wandungen statt, zu deren Überwindung ein Teil der verfügbaren Druckhöhe verbraucht wird. Während die theoretische Geschwindigkeit sich oben[2]) aus der Gleichung der Druckhöhe

$$h = \frac{v^2}{2g} \text{ zu } v = \sqrt{2gh}$$

berechnete, ist dieselbe jetzt um einen Betrag h_1 kleiner.

Da die Reibung, wie ebenfalls durch Versuche festgestellt ist, der Länge der Leitung direkt, dem Durchmesser des Rohres umgekehrt proportional ist, so ist diese Verlusthöhe gekennzeichnet durch den Ausdruck

$$h_1 = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

1) Vgl. u. a. Lexikon d. ges. Technik, 2. Aufl., Bd. V S. 148, Hydraulik.

2) S. S. 49.

worin λ der Reibungskoeffizient ist und versuchsmäßig für die verschiedensten Verhältnisse festgestellt ist.

Der oben besprochene Ausflußkoeffizient läßt sich ebenfalls durch einen Druckhöhenverlust der Gesamtdruckhöhe darstellen und schreiben

$$h_2 = \mu_2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$ so daß man erhält

$$h = h_1 + h_2 + \frac{v^2}{2g},$$

worin $\frac{v^2}{2g}$ die der wirklichen Wassergeschwindigkeit entsprechende Druckhöhe oder die sogenannte Geschwindigkeitshöhe ist[1]). Setzt man die Werte für h_1 und h_2 ein, so erhält man die Hauptgleichung

$$h = \frac{v^2}{2g} + \mu \cdot \frac{v^2}{2g} + \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{oder}$$

$$h = \left(1 + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \mu\right) \cdot \frac{v^2}{2g},$$

also die der Gesamtdruckhöhe h entsprechende wirkliche Geschwindigkeit

$$v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \mu}}.$$

Hieraus folgt die wirkliche Wassermenge aus der Gleichung

$$Q_e = F \cdot v = F \cdot \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \mu}}.$$

Sind noch andere Widerstände vorhanden, so z. B. infolge von Richtungsänderungen, Querschnittsänderungen in den Leitungsrohren oder Kanälen, oder solche, die durch Absperrvorrichtungen bewirkt werden, so kann in derselben Weise für diese Widerstände der Widerstandskoeffizient eingeführt werden, so daß man die allgemeinste Form der Gleichung erhält:

$$h = \left(1 + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \mu + \zeta + \zeta_1 + \zeta_2 + \cdots \zeta_n\right) \frac{v^2}{2g}$$

und

1) S. oben S. 69.

$$v = \sqrt{2gh} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \mu + \zeta_1 + \zeta_2 + \ldots}}$$

$$= \sqrt{2gh} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \Sigma(\zeta)}},$$

woraus sich die wirkliche Wassermenge wieder wie oben berechnet zu

$$Q_e = F \cdot v.$$

Der Wert $\frac{1}{\sqrt{1 + \Sigma(\zeta)}}$, worin $\Sigma(\zeta)$ die Summe sämtlicher Widerstandskoeffizienten bedeutet, ist stets kleiner als die Einheit, daher auch hier, wie oben, die wirkliche Wassermenge kleiner als die theoretische Durchflußmenge.

Für den Durchfluß des Wassers durch offene Kanäle ist die neuere Schreibweise des Widerstandskoeffizienten eine etwas andere. Es ist nämlich $v = c \cdot \sqrt{R \cdot J}$, worin v die mittlere Wassergeschwindigkeit im Meßquerschnitt F in m/Sek., c eine Erfahrungskonstante, $R = \frac{\text{Fläche}}{\text{Umfang}} = \frac{F}{U}$ der sogenannte mittlere hydraulische Radius an der Meßstelle in m und $J = \frac{h}{l}$ das mittlere Gefälle des Wasserspiegels (h m auf l m Länge) bedeutet.

Die Erfahrungskonstante c ist ihrerseits abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit des benetzten Kanalumfanges.

Für letztere Leitungen unterscheidet man fünf Hauptarten der Oberfläche und zwar

1. gehobeltes Holz oder Zement,
2. Quadern und nicht gehobeltes Holz,
3. Mauerwerk aus Bruchsteinen,
4. Erde,
5. Gerölle.

In welcher Weise sich die Konstante für diese verschiedenen Arten der Oberfläche und für verschiedene Werte des hydraulischen Radius ändert, hat zuerst Bazin durch zahlreiche Versuche festgestellt und enthält die folgende Tabelle einige dieser Werte von c.

R =	0,10	0,30	0,60	1,0	3,0	6,0 m
Fall 1.	71,6	77,9	79,7	80,4	81,2	81,4
„ 2.	55,6	65,3	68,7	70,1	71,7	72,1
„ 3.	34,5	47,7	54,2	57,7	62,0	63,2
„ 4.	16,3	26,3	34,0	39,8	50,2	54,4
„ 5.	11,6	19,1	25,3	30,2	39,7	44,0.

Beispiel. Ein Zuflußkanal von trapezförmigem Querschnitt für eine Wasserkraftanlage habe folgende Abmessungen:

Breite im Wasserspiegel 4 m,
Breite in der Sohle 3 m,
Tiefe (Sohle bis Wasserspiegel) 2 m,
Gefälle h auf l m = 1 m auf 1000 m.

Der Kanal besitze Mauerwerk aus Bruchsteinen (Fall 3).

Es ist die sekundliche Wassermenge in cbm, welche durch den Kanal fließt, zu berechnen.

Um zunächst die mittlere Geschwindigkeit v zu berechnen, ist c, R und J zu bestimmen.

Die Querschnittsfläche F berechnet sich aus der Gleichung

$$F = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{4+3}{2} \cdot 2 = 7 \text{ qm},$$

die Seitenlänge s zu 2,062 m, der benetzte Umfang

$$U = 2 \cdot s + b = 4{,}124 + 3 = 7{,}124, \quad \text{also}$$

$$R = \frac{F}{U} = \frac{7}{7{,}124} = 0{,}982 \text{ m}.$$

Ferner ist $J = \frac{h}{l} = \frac{1}{1000}$.

Aus der Tabelle ist für $R = 1{,}0$ m (Fall 3), $c = 57{,}7$ m, also für $R = 0{,}982 \sim = 57{,}0$ m. Mithin ergibt sich v zu

$$v = c \cdot \sqrt{R \cdot J} = 57{,}0 \sqrt{\frac{0{,}982}{1000}} = \frac{57}{31{,}6} \cdot \sqrt{0{,}982} \sim 1{,}8 \text{ m/Sek.}$$

folglich die sekundliche Wassermenge

$$Q = F \cdot v = 7 \cdot 1{,}8 = 12{,}6 \text{ cbm/Sek.}$$

Für Fall 1 (gehobeltes Holz oder Zement) wäre

$$c = 80{,}39, \quad \text{also}$$

$$v = c \cdot \sqrt{R \cdot J} = 80{,}39 \sqrt{\frac{0{,}982}{1000}} = 2{,}517, \quad \text{also}$$

$$Q = F \cdot v = 7 \cdot 2{,}517 = 17{,}62 \text{ cbm/Sek.}$$

Im zweiten Fall ist dieselbe also um $17{,}62 - 12{,}6 = 5{,}02$ cbm oder um $\frac{5{,}02 \cdot 100}{12{,}6} = 39{,}84\,\%$ größer als im ersten Fall.

Für den Fall 5 endlich (Gerölle) wäre

$$c = 30{,}0, \quad \text{also}$$

$$v = c \cdot \sqrt{R \cdot J} = 30 \cdot \sqrt{\frac{0{,}982}{1000}} = \frac{30}{31{,}6} \cdot 0{,}991 = 0{,}94 \text{ m},$$

also

$$Q = F \cdot v = 7 \cdot 0{,}94 = 6{,}58 \text{ cbm/Sek.}$$

Man hat somit die Werte

für Fall 1. $Q = 17{,}62$,
„ „ 3. $Q = 12{,}60$,
„ „ 5. $Q = 6{,}58$,

oder es verhalten sich die Wassermengen in den drei Fällen wie 1 : 0,71 : 0,37, d. h. bei Fall 5 (Gerölle) ist die Wassermenge nur etwa 40% derjenigen bei Fall 1 (zementiertes Gerinne).

III. Teil.

Anwendungen.

1. Kapitel.

Die Bewegung der Flüssigkeiten durch Maschinen.

1. Allgemeines.

Die im II. Teil behandelten Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten setzten ausnahmslos eine freifließende, nur unter dem Einfluß des Eigengewichtes, also unter Wirkung der Schwerkraft sich bewegende Flüssigkeit voraus.

Wie oben ausgeführt ist, kann hierbei eine Fortbewegung der Flüssigkeiten nur dadurch stattfinden, daß dieselben von einem höher gelegenen Orte im Raum nach einem tiefer gelegenen fließen, d. h. das Gefälle des Wasserlaufes ist ausschlaggebend für die Menge und Geschwindigkeit der Strömung. Ein See, ein Teich, das Meer, sie alle haben kein Gefälle, also auch keine Fortbewegung des in ihnen befindlichen Wassers, ausgenommen solche Flächen, welche, wie z. B. der Bodensee, nur als Durchfluß eines Stromlaufes — dort des Rheines — dienen.

Soll jedoch Wasser von einem tiefer gelegenen Ort im Raume umgekehrt nach einem höher gelegenen Orte geschafft werden, so muß dasselbe künstlich bewegt, gefördert und gehoben werden.

Die hierzu dienenden Vorrichtungen und Maschinen heißen Pumpen.[1])

Da das Wasser jedoch in offenen Leitungen und Kanälen nur bergab fließen kann, weil es bei umgekehrter Bewegungsrichtung über die Seitenwände der Kanäle abfließen würde, so bedürfen die Pumpen zur Wasserführung stets allseitig geschlossener Leitungen, der Rohrleitungen.

Es gehören somit zu jeder vollständigen Wasserhebevorrichtung zwei wesentliche Teile 1. die Hebemaschine oder Pumpe, 2. die Zu- und Ableitung des Wassers oder die Rohrleitung.

Bei der großen Bedeutung und Vielseitigkeit der Verwendungszwecke der Pumpen ist es nicht zu verwundern, daß dieselben sich zu einer außerordentlichen Vollkommenheit und Mannigfaltigkeit entwickelt haben, und können in folgendem daher nur die wesentlichsten Systeme derselben kurz besprochen werden.

Bezüglich ihrer Wirkungsweise teilt man die Pumpen in folgende Systeme ein:[2])

I. Pumpen, bei welchen auf die Flüssigkeit in dem, dieselben enthaltenden Behälter ein, die Widerstände der Förderung überwindender Druck ausgeübt wird.

Je nach dem, den Druck erzeugenden Körper unterscheidet man hier wieder

1. Kolbenpumpen, bei welchen der Druck durch einen, luftdicht gegen den Behälter abschließenden, hin und her bewegten festen Körper, den Kolben, hervorgebracht wird.

2. Luftdruckapparate, bei welchen dieser Druck durch Preßluft von höherer, als atmosphärischer Spannung ausgeübt wird.

3. Dampfwasserheber, Pulsometer, bei welchen dieser Druck durch gespannten Dampf hervorgebracht wird.

II. Pumpen, bei welchen der Flüssigkeit eine gewisse Geschwindigkeit erteilt und die so erzeugte lebendige Kraft der Flüssigkeit selbst zu ihrer Hebung benutzt wird.

Auch hier unterscheidet man je nach dem, die Geschwindigkeit erzeugenden Körper wieder

---

1) In älterer Zeit dienten diesem Zwecke auch zahlreiche andere, von Hand oder maschinell betriebene Vorrichtungen, so u. A. die Schöpfwerke, Wurfräder, Schneckenräder, Paternosterräder, welche jedoch z. B. nur noch historisches Interesse haben. Näheres hierüber s. Weißbach-Hermann, Ing.-Mechanik. 2. Aufl. Bd. 3, 2. Teil S. 782 f.

2) Nach K. Hartmann „Die Pumpen". Berlin, J. Springer. 1889, S. 2.

1. Schleuder- (Zentrifugal-) und Kreiselpumpen, bei welchen die lebendige Kraft durch ein, in einem feststehenden Behälter sich schnell drehendes, mit Schaufeln versehenes Rad erzeugt wird.

2. Wasserstrahlpumpen, bei welchen die lebendige Kraft durch einen bewegten Druckwasserstrahl erzeugt wird.

3. Luft- und Dampfstrahlpumpen, Injektoren, bei welchen ein bewegter Preßluft- oder Dampfstrahl diese Wirkung ausübt.

Bezüglich ihres Antriebes unterscheidet man: Handpumpen, Transmissionspumpen und Dampfpumpen.

Die ersteren werden von Hand bewegt, indem entweder eine auf- und niedergehende bzw. schwingende Bewegung eines Pumpenhebels, Schwengels, oder eine drehende Bewegung eines Handrades ausgeführt wird.

Die Transmissionspumpen werden durch eine Transmission, Räderwerke oder Riemenantriebe von einer Maschinenanlage aus bewegt, während endlich die Dampfpumpen direkt mit einer zum Antrieb dienenden Dampfmaschine verbunden sind.

Bezüglich der Rohrleitung unterscheidet man bei jeder Pumpe zwei Teile, die Saugleitung, welche die Flüssigkeit aus dem Sammelbehälter, welchem die Flüssigkeit entnommen werden soll, in die Pumpe führt, und die Druckleitung, welche die Flüssigkeit von der Pumpe fort nach ihrem Bestimmungsort führt.

2. Die Wirkungsweise des Wassers in den Pumpen; Berechnung ihrer Leistung.

Wie im ersten Teil dieses Büchleins[1]) ausgeführt ist, hält die äußere Atmosphäre in einem luftleeren, stehenden Gefäß, z. B. einem Rohr, einer Wassersäule von 10,333 oder nach neuer Bezeichnung von 10,000 m das Gleichgewicht. Der entsprechende Druck auf die Oberfläche des Wasserspiegels, in welchen das stehende Rohr am unteren Ende eingetaucht ist, heißt daher der atmosphärische Druck. Der letztere ist somit imstande, im luftleeren Raum eine Wassersäule 10 m hoch zu heben. Erzeugt man daher am oberen Ende des stehenden Rohres ein Vakuum, so steigt der Wasserspiegel im Rohr auf eine Höhe von 10 m. Man nennt nun die Erzeugung des Vakuums in dem stehenden Rohr durch

1) Seite 5 ff.

die Pumpe die saugende Wirkung oder kurz Saugwirkung derselben.

Diese Wirkung kann, wie oben bei der Einteilung der Pumpen gekennzeichnet wurde, entweder durch einen in einem Behälter, dem Pumpenzylinder luftdicht abschließenden Kolben, oder durch umlaufende Flügel, oder durch die Strömung eines bewegten Flüssigkeits- oder Gasstrahles (Luft, Dampf) erzeugt werden.

Diese theoretische Steighöhe von 10 m, welche dem Atmosphärendruck entspricht, kann jedoch in Wirklichkeit niemals erreicht werden, da die Widerstände in der Leitung usw. zu überwinden sind.

Bezeichnet man mit H_1 die atmosphärische Druckhöhe (= 10 m W.S.), mit H_s, Fig. 33, die wirkliche Saughöhe, mit h_v die Geschwindigkeitshöhe, d. h. diejenige Höhe, welche zur Erzeugung der Geschwindigkeit v_s des Wassers im Saugrohr S verbraucht wird, h_w die Widerstandshöhe, d. h. jene Höhe, welche zur Überwindung aller Widerstände im Saugrohr bis zur Pumpe verloren geht, d. h. also des Reibungswiderstandes des Wassers im Saugrohr, des Eintrittswiderstandes in den Saugkorb, d. h. in das, am unteren Ende des Saugrohrs angebrachte, sieb- oder schlitzartige Gefäß, des Widerstandes bei Richtungsänderungen in der Rohrleitung, des Widerstandes beim Durchgang durch die sogenannten Saugventile bei Kolbenpumpen, des Widerstandes beim Durchgang des Wassers durch das, am unteren Ende des Saugrohrs direkt über dem Saugkorb angebrachte sogenannte Bodenventil usw., so besteht die Beziehung[1])

$$H_1 = H_s + h_v + h_w = H_s + \frac{v_s^2}{2g} + h_w, \text{ daher}$$

$$H_s = H_1 - \frac{v_s^2}{2g} - h_w.$$

Wird v_s für kürzere Leitungen zu ~ 1 m, für längere $\sim 0{,}75$ m/Sek. angenommen, so ist

$$H_s = H_1 - \frac{1}{19{,}81} - h_w = 10 - 0{,}05 - h_w = 9{,}95 - h_w \text{ bis}$$

$$H_s = H_1 - \frac{0{,}75^2}{19{,}81} - h_w = 10 - 0{,}028 - h_w = 9{,}972 - h_w.$$

Die Widerstandshöhe h_w hängt natürlich von der Länge der Leitung, der Wassergeschwindigkeit, dem Durchmesser, der Anzahl

1) S. oben Teil I S. 5.

der besonderen Widerstände ab, und ist für jeden Fall nach den Erfahrungswerten zu berechnen.

Während nun, wie aus obigen Bemerkungen hervorgeht, die Saughöhe völlig begrenzt ist, (theoretisch 10 m, praktisch höchstens 6—8 m je nach den Verhältnissen) ist die Druckhöhe H_d unbegrenzt, d. h. das Wasser kann auf eine beliebige Höhe gehoben werden.

Auch hier setzt sich jedoch die Gesamtdruckhöhe wieder aus verschiedenen Einzelwerten zusammen.

Bezeichnet H_d, Fig. 33, die wirkliche Druck- oder Förderhöhe, d. h. den Abstand von Pumpenmitte bis zum Auslauf des Druck- oder Steigerohrs an der Verwendungsstelle, h'_v die Druckhöhe, welche zur Erzeugung der Geschwindigkeit im Druckrohr D erforderlich ist oder die Geschwindigkeitshöhe, h'_w die Widerstandshöhe, d. h. jene Druckhöhe, welche sämtlichen Widerständen entspricht, so ist die gesamte zu überwindende Höhe H_2 größer als die Nutzförderhöhe, und zwar ist

$$H_2 = H_d + h'_v + h'_w$$

$$= H_d + \frac{v_d^2}{2g} + h'_w,$$

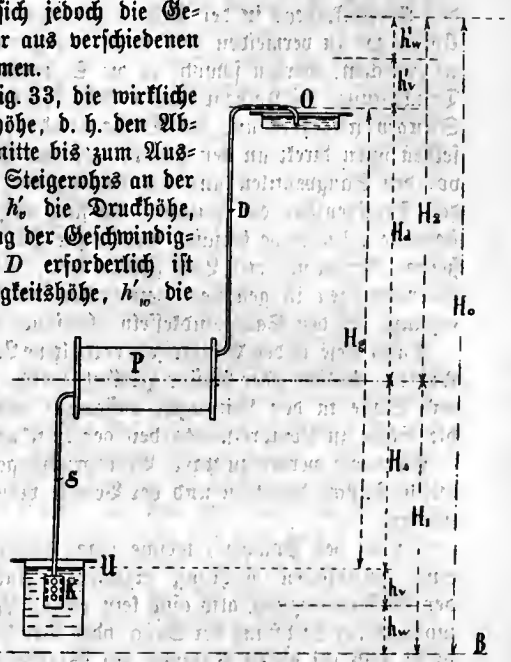


Fig. 33. Schema der Wirkungsweise einer Pumpe.

daher

$$H_d = H_2 - h'_v - h'_w.$$

Hierin ist wieder die Widerstandshöhe nach den Erfahrungswerten und Koeffizienten zu berechnen.

Die Druckwassersäulengeschwindigkeit v_d wird für kleinere Pumpen zu 1—2 m/Sek. angenommen, für große Pumpen und lange Druckleitungen jedoch möglichst nicht über 1 m/Sek.

Ein sehr bemerkenswerter Teil der Widerstandshöhe h'_w ist die zur Beschleunigung der Druckwassersäule erforderliche Druckhöhe. Bei

sehr langen und hohen Leitungen ist der Druck der Wassersäule auf das zwischen Pumpe und Steigleitung zur Sicherung noch eingeschaltete Rückschlagventil ein sehr starker. Derselbe verursacht leicht bei raschem Gang der Pumpe Schläge, sogenannte „Wasserschläge" in den Leitungen, welche auf die nicht vollständig erfolgte Beschleunigung der Druckwassersäule bei der Bewegungsumkehr des Arbeitskolbens in der Pumpe zurückzuführen sind. Um diese Übelstände zu vermeiden und einen ruhigeren Gang der Pumpen zu erreichen, werden sowohl in die Saugleitung als auch in die Druckleitung bei Kolbenpumpen Windkessel, und zwar je ein Saugwindkessel und ein Druckwindkessel angebracht. Dieselben sitzen direkt an der Pumpe, also am Ende der Saugleitung vor den Saugventilen und am Anfang der Druckleitung, hinter den Druckventilen der Pumpe. Es sind meist gußeiserne, lotrecht stehende zylindrische Gefäße, welche zur Hälfte oder in noch größerem Verhältnis mit Luft gefüllt sind, welche durch geeignete Vorrichtungen in gewissen Zeiträumen bei den Druckwindkesseln ergänzt, bei den Saugwindkesseln abgesaugt werden kann.

Durch diese, in den Windkesseln enthaltene Luft werden elastische Kissen, Polster oder Puffer gebildet, welche starke Schwankungen und Stöße in den Leitungen auffangen und ausgleichen, indem die Stöße in Kompressionsarbeit der Luft umgesetzt werden.

Hierdurch werden zu starke Beanspruchungen der Rohrleitungen, welche Brüche derselben und der Ventile verursachen könnten, vermieden.

Da bei den Pumpen, welche einen dauernden Wasserstrom in einer bestimmten Richtung erzeugen, keine Richtungsänderung der Wasserbewegung, also auch kein periodisches Fördern bzw. kein momentaner Stillstand der Saug- oder Druckwassersäule stattfindet, so ist auch bei diesen Pumpen ein Windkessel entbehrlich. Er ist daher nur Erfordernis bei den Kolbenpumpen.

Die gesamte effektive Förderhöhe H_g einer Pumpe setzt sich nun aus der Saughöhe und Druckhöhe zusammen, d. h. es ist

$$H_g = H_s + H_d.$$

Zur Berechnung des Kraftbedarfs der Pumpe sind aber, da noch die Druckhöhen zur Wasserbeschleunigung und die Widerstandshöhen hinzukommen, die gesamten Förderhöhen der Saug- und Druckseite in Rechnung zu setzen, und man erhält für diese den Ausdruck

$$
\begin{aligned}
H_0 &= H_1 + H_2 \\
&= H_s + h_v + h_w + H_d + h_v' + h_w' \\
&= H_s + H_d + h_v + h_v' + h_w + h_w' \\
&= H_g + \Sigma(h_v) + \Sigma(h_w)
\end{aligned}
$$

d. h. die gesamte, in die Berechnung zur Ermittlung des Kraftbedarfs einer Pumpe einzusetzende Wassersäulenhöhe ist größer, als die wirkliche Förderhöhe der Pumpe und zwar um die Summe der Geschwindigkeitsdruckhöhen $\Sigma(h_v)$ vermehrt um diejenige der Widerstandsdruckhöhen, $\Sigma(h_w)$. Aus Fig. 33 ist das Verhältnis der verschiedenen Höhen zueinander zu erkennen Es bezeichnet P die Pumpe, U das Sammelgefäß, z. B. einen Brunnen, eine Cisterne, aus welchem die Saugleitung S mittels des, an ihrem unteren Ende angebrachten Saugkorbes K saugt, D die Druckleitung, welche in das Sammelgefäß O ausleert. Das Wasser wird somit um die gesamte Förderhöhe $H_g = H_s + H_d$ gehoben. Die Druckhöhen h_v und h_v' sind die Geschwindigkeitshöhen, die Höhen h_w und h_w' die Widerstandshöhen, um deren Beträge die effektiven Förderhöhen vermehrt werden müssen, um die Gesamtdruckhöhe $H_0 = H_1 + H_2$ zu erhalten. Denn die Saughöhe H_1 wirkt genau wie eine Druckhöhe, weil ja die Pumpe das Vakuum zu erzeugen hat, um dem äußeren Luftdruck das Gleichgewicht zu halten. Die Druckhöhe ist somit ebenso groß, als wenn die Pumpe auf dem Niveau U des Sammelgefäßes stände, um von hier aus das Wasser in einem einzigen Druckrohre auf die Höhe H_g, d. h. nach O zu heben. Unter Berücksichtigung der Widerstände müßte sie sogar noch um den Betrag $h_v + h_w$ unter U, also auf der Linie AB aufgestellt werden. Dann wäre allerdings kein Ansaugen mehr möglich, vielmehr müßte das Wasser in diesem Falle der Pumpe von selbst zufließen.

Dieser Fall tritt in Wirklichkeit zuweilen ein, wenn es sich darum handelt, warme oder heiße Flüssigkeiten zu pumpen. Denn bei der Erzeugung des Vakuums in der Pumpe entwickeln die heißen Flüssigkeiten Dämpfe, welche sowohl die Rohrleitung als auch die Pumpe selbst erfüllen, so daß gar keine Flüssigkeit angesaugt werden kann. In diesem Falle muß der Behälter U höher als die Pumpe liegen, damit die Flüssigkeit stets der Pumpe von selbst zufließt. Die Saugwirkung ist also hier völlig ausgeschaltet.

Zur Berechnung des allgemeinen Wertes für die Wasser-

Staatsbibliothek München

förderungsmenge der Pumpen und der erforderlichen Arbeit soll als Beispiel der Einfachheit halber eine liegende, doppeltwirkende Pumpe angenommen werden.

Es bezeichne F die Querschnittsfläche des Pumpenzylinders in qm und l den Hub (bei einem Hin- oder Hergange) des Pumpenkolbens in m.

Beim Eingang wird z. B. links vom Kolben ein Volumen $V_0 = F \cdot l$ aus der Saugleitung mit Wasser gefüllt, während genau ebensoviel Wasser rechts vom Kolben in die Druckleitung gefördert wird. Es ist somit V_0 die Wassermenge bei einem Hub in cbm. Bei einem Doppelhub oder einem Spiel oder einer Tour ist somit die Menge doppelt so groß, folglich, wenn n die Anzahl der Doppelhübe oder Touren bezeichnet

$$V_{\text{min}} = F \cdot l \cdot 2 \cdot n$$

und daher in der Sekunde

$$V_{\text{Sek}} = \frac{F \cdot l \cdot 2 \cdot n}{60} \quad \text{oder allgemein} \quad Q_{\text{Sek}} = \frac{F \cdot l \cdot i \cdot n}{60},$$

worin bei einer einfach wirkenden Pumpe $i = 1$, bei einer doppeltwirkenden $i = 2$ zu setzen ist.

Zur Berechnung der Arbeitsleistung zum Betrieb der Pumpe ist die allgemeine Gleichung der Arbeit, welche im I. Teil[1]) abgeleitet wurde, anzuwenden.

Dieselbe lautete

$$L = P \cdot s,$$

worin P die Kraft und s den Weg derselben bedeutete.

Im vorliegenden Falle ist P der Widerstand der Pumpe, also der Druck, welchen der Kolben (auf beiden Seiten) zu überwinden hat.

Bezeichnet man diesen Gesamtdruck ebenfalls mit P, so setzt sich derselbe zusammen aus dem Saugwiderstand und dem Druckwiderstand, also

$$P = P_s + P_d.$$

Der erstere ist aber gleich dem Drucke einer Wassersäule von der Höhe H_1 auf die Kolbenfläche F und dem spez. Gewichte γ, also

$$P_s = H_1 \cdot \gamma \cdot F$$

---

1) Bd. Nr. 303, Mechanik, I. Teil, S. 96.

und ebenso P_d gleich dem Druck einer Wassersäule von der Höhe H_2 auf dieselbe Kolbenfläche, also

$$P_d = H_2 \cdot \gamma \cdot F.$$

Der Arbeitsweg dieser Kräfte ist bei einem Kolbenhube gleich der Länge dieses Hubes l, also

$$L = P \cdot l = (P_s + P_d) \cdot l = (F \cdot \gamma H_1 + F \cdot \gamma H_2) \cdot l$$
$$= F\gamma \cdot l(H_1 + H_2) = F \cdot \gamma \cdot l \cdot H_0.$$

Genau wie oben bei der Berechnung der Wassermenge hat man nun die Arbeit in der Sekunde zu berechnen zu

$$L_{\text{Sek}} = F \cdot \gamma \cdot l \cdot H_0 \cdot \frac{i \cdot n}{60}, \quad \text{also für} \quad i = 2$$

(doppeltwirkende Pumpe)

$$L_{\text{Sek}} = \frac{F \cdot \gamma \cdot l \cdot 2 \cdot n}{60} \cdot H_0.$$

Der Wert $\frac{F \cdot l \cdot 2 \cdot n}{60}$ war aber, wie oben berechnet, die Wassermenge V in der Sekunde, also

$$L_{\text{Sek}} = V_{\text{Sek}} \cdot \gamma \cdot H_0 = Q_{\text{Sek}} \cdot H_0 \text{ mkg/Sek.}$$

worin Q_{Sek} das in der Sek. geförderte Wassergewicht in kg bedeutet und $\gamma = 1000$ kg das Gewicht eines cbm Wasser ist.

Soll die Arbeit nicht in mkg/Sek., sondern in Pferdestärken ausgedrückt werden, so ist, da[1]) 1 PS = 75 Sek. mkg ist.

$$N = \frac{Q \cdot H_0}{75},$$

die wirklich erforderliche Arbeit in PS.

Die hierin auf Wasserförderung allein angewandte Arbeit, sowie die Widerstandsarbeit berechnet sich folgendermaßen.

Wie oben ausgeführt war, setzte sich H_0 zusammen aus H_g und den Widerstandshöhen $\Sigma(h_s)$ und $\Sigma(h_w)$. Man kann daher die vorstehende Gleichung auch schreiben:

$$N = \frac{Q}{75}\left[H_g + \Sigma(h_s) + \Sigma(h_w)\right] \quad \text{oder}$$

$$N = \frac{Q \cdot H_g}{75} + \frac{Q \cdot H_w}{75},$$

worin H_g die effektive Gesamtförderhöhe, $H_s + H_d$ und H_w die Summe aller Widerstandshöhen ist, also

1) Nach Bd. 303, Mechanik, Teil I, S. 99.

$$H_w = \Sigma(h_e) + \Sigma(h_w) = h_e + h_e' + h_w + h_w'.$$

Setzt man $\frac{Q \cdot H_e}{75} = N_e$ und $\frac{Q \cdot H_w}{75} = N_w$, so ist

$$N = N_e + N_w.$$

Bezeichnet man noch, wie allgemein in der Mechanik üblich, mit η den Wirkungs- oder Gütegrad der Pumpe, d. h. das Verhältnis der nutzbaren Arbeit zur Gesamtarbeit, also

$$\eta = \frac{N_e}{N}, \quad \text{oder} \cdot N_e = \eta \cdot N,$$

so schreibt sich die vorige Gleichung auch

$$N = \eta \cdot N + N_w, \quad \text{und}$$

$$N_w = N - \eta \cdot N = (1 - \eta) \cdot N, \quad \text{oder}$$

$$N = \frac{1}{\eta} N_e \quad \text{und}$$

$$N_w = \frac{1 - \eta}{\eta} N_e = \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) N_e.$$

Einige Beispiele sollen die Anwendung dieser Formeln veranschaulichen.

1. Beispiel. Es ist die Fördermenge und die Arbeitsleistung, sowie der Wirkungsgrad einer Pumpe zu berechnen, deren Kolbenfläche 0,1257 qm, deren Kolbenhub $l = 0{,}6$ m und deren Tourenzahl $n = 45$ in der Minute ist. Die effektive Saughöhe beträgt 3,5 m, die effektive Druckhöhe 27 m.

Die Fördermenge berechnet sich nach der Gleichung

$$V = \frac{F \cdot l \cdot i \cdot n}{60}$$

unter der Annahme, daß die Pumpe doppeltwirkend, also $i = 2$ sei, zu

$$V = \frac{0{,}1257 \cdot 0{,}6 \cdot 2 \cdot 45}{60} = 0{,}1132 \text{ cbm/Sek.}$$

Zur Berechnung der Arbeitsleistung ist es nötig, die Widerstände zu kennen oder anzunehmen. Wird die Wassergeschwindigkeit sowohl im Saugrohr (v_s) als auch im Druckrohr (v_d) zu je 1,5 m/Sek. angenommen, so erhält man für

$$h_e = h_e' \quad \text{den Wert}$$

$$h_e = h_e' = \frac{v_d'}{2g} = \frac{1{,}5^2}{2 \cdot 9{,}81} = \frac{2{,}25}{19{,}62} = 0{,}114 \text{ m}.$$

Der Reibungswiderstandskoeffizient für h_w ist für $v = 1{,}5$ zu 0,022 zu nehmen, also die Widerstandshöhe

$$h_w = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{0{,}022 \cdot 3{,}5}{d} \cdot 0{,}114$$

worin der Durchmesser d des Saugrohrs noch aus der Wassermenge und der Geschwindigkeit des Wassers zu berechnen ist.

Es ist für den Rohrquerschnitt die Durchflußmenge:

$$\frac{d^2\pi}{4} \cdot v = V_{sek}, \quad \text{also} \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot v}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}1132}{4{,}713}}$$

$$= \sqrt{0{,}096} = 0{,}3098 \sim 0{,}3 \text{ m}.$$

Man erhält dann

$$h_w = \frac{0{,}022 \cdot 3{,}5}{0{,}3} \cdot 0{,}114 = 0{,}26 \cdot 0{,}114 = 0{,}0296 \text{ m}.$$

Für die Druckleitung ist $h_v' = h_v = 0{,}114$, aber

$$h_w' = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{0{,}022 \cdot 27}{0{,}3} \cdot 0{,}114 = 0{,}226.$$

Es ergeben sich somit die verschiedenen Höhen zu:

$$H_s = 3{,}5 \text{ m} \quad H_d = 27 \text{ m}$$

$$h_v = 0{,}114 \text{ m} \quad h_v' = 0{,}114 \text{ m}$$

$$h_w = 0{,}0296 \text{ m} \quad h_w' = 0{,}226 \text{ m}, \quad \text{also}$$

$$H_g = H_s + H_d = 3{,}5 + 27 = 30{,}5 \text{ m}$$

$$H_1 = H_s + h_v + h_w = 3{,}644$$

$$H_2 = H_d + h_v' + h_w' = 27 + 0{,}114 + 0{,}226 = 27{,}34 \text{ m}, \text{ also}$$

$$H = H_1 + H_2 = 3{,}644 + 27{,}34 = 30{,}984.$$

Da die Gesamtförderhöhe $H_g = 30{,}5$ ist, so ist die Summe aller Widerstandshöhen

$$= H_w = H - H_g = 30{,}984 - 30{,}5 = 0{,}484 \text{ m}$$

Die Pumpenleistung berechnet sich dann nach den oben abgeleiteten Gleichungen zu

$$N = N_e + N_w = \frac{V \cdot 1000 \cdot H_g}{75} + \frac{V \cdot 1000 \cdot H_w}{75}$$

$$= \frac{0{,}1132 \cdot 1000 \cdot 30{,}5}{75} + \frac{0{,}1132 \cdot 1000 \cdot 0{,}484}{75}$$

$$= 46{,}035 + 0{,}7305 = 46{,}766 \text{ PS}.$$

Der Wirkungsgrad η ist in diesem Falle

$$\eta = \frac{N_e}{N} = \frac{46{,}035}{46{,}766} = 0{,}984.$$

also $1 - \eta = 1{,}00 - 0{,}984 = 0{,}016$, d. h. 1,6% der Gesamthöhe sind zur Überwindung der Reibungswiderstände, Beschleunigung usw. erforderlich oder zu der Gesamtförderhöhe von 30,5 m kommen noch 0,484 m = 1,6% dieser Höhe als Widerstandshöhe hinzu.

2. Beispiel. Eine Baugrube von 40 m Länge, 2 m Breite und 3 m Tiefe ist zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Derselben fließt ferner in der Sekunde eine Wassermenge von 3 Litern zu. Zum Auspumpen derselben steht nur eine doppeltwirkende Kolbenpumpe von 20 cm Kolbendurchmesser, 30 cm Kolbenhub, welche 34 Touren in der Minute macht, zur Verfügung. Das Wasser ist auf eine Entfernung von 280 m über eine Anhöhe von 17 m zu pumpen, von wo es einem Bache selbsttätig zufließt.

Es ist zunächst zu berechnen, wieviel Zeit zum völligen Leerpumpen der Baugrube erforderlich ist und sodann, welche Leistung dabei zu verrichten ist. Der Wasserinhalt der Baugrube ohne Zufluß beträgt

$$J = 40 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 120 \text{ cbm}.$$

Der Zufluß beträgt in der Sek. 3 l, also in der Stunde

$$(60 \cdot 60 = 3600 \text{ Sek.}) = 3600 \cdot 3 = 10800 \text{ l} = 10{,}8 \text{ cbm}.$$

Die Fördermenge der Pumpe in der Sekunde berechnet sich nach der oben abgeleiteten Gleichung zu

$$V_{\text{Sek}} = \frac{F \cdot l \cdot 2 \cdot n}{60} = 0{,}01068 \text{ cbm}$$

also in der Stunde

$$V_{\text{St}} = 3600 \cdot 0{,}01068 = 38{,}45 \text{ cbm}.$$

Da nun in 1 Stunde 38,45 cbm gefördert werden können, 10,8 cbm dagegen zufließen, so werden von dem vorhandenen Wasser der Baugrube $38{,}45 - 10{,}8 = 27{,}65$ cbm pro Stunde abgesaugt. Die Zeit zur Entleerung beträgt also

$$120 : 27{,}65 = 4{,}34 \text{ Stunden}.$$

In Min. und Sek. drückt sich die Zeit genauer wie folgt aus:

$$1 \text{ Stunde} = 60 \cdot 60 = 3600 \text{ Sek.}$$

$$0{,}34 \text{ Stunden} = 3600 \cdot 0{,}34 = 1224 \text{ Sek.} = 20 \text{ Min. } 24 \text{ Sek.}$$

also beträgt die Gesamtzeit 4 Stunden, 20 Min. 24 Sek. Zur Berechnung der Leistung dient die Gleichung

$$N = \frac{Q \cdot H}{75}, \text{ worin } Q = 0{,}01068 \cdot 1000 = 10{,}68 \text{ kg/Sek.}$$

ist. Die Gesamthöhe H berechnet sich wieder, wie früher, aus der Gleichung

$$H = H_1 + H_2 = H_s + H_d + \Sigma(h_v) + \Sigma(h_w),$$

hierin ist H_s die Saughöhe im Maximum $= 3$ m, $H_d = 17$ m. Werden, da es sich um schmutziges, schlammhaltiges Wasser handelt, die Widerstandshöhen h_v und h_w je zu 10% eingesetzt, also

$$\Sigma(h_v) + \Sigma(h_w) = (0{,}1 + 0{,}1) \cdot H_g = 0{,}2 \cdot (h_s + h_d)$$
$$= 0{,}2 \cdot (3 + 17) = 4{,}0 \text{ m}, \quad \text{so ist}$$
$$H = h_s + h_d + \Sigma(\text{Wid}) = 3 + 17 + 4 = 24 \text{ m}, \quad \text{daher}$$
$$N = \frac{10{,}68 \cdot 24}{75} = 34{,}176 \text{ PS.}$$

Der Wirkungsgrad der Pumpe, η, berechnet sich wie folgt: Zunächst ist

$$N = N_e + N_w = \frac{Q}{75} \cdot 20 + \frac{Q}{75} \cdot 4 = 28{,}48 + 5{,}696 \text{ PS}$$

$$\eta = \frac{N_e}{N} = \frac{28{,}48}{34{,}176} = 0{,}8334 \quad \text{oder} \quad 83{,}34\%.$$

2. Kapitel.

Die Bewegung von Maschinen durch Flüssigkeiten.

1. Allgemeines.

Während bei der Anwendung der Bewegungsgesetze auf Maschinen im ersten Abschnitt dieses Teiles das Wasser bzw. die Flüssigkeit durch Maschinen fortbewegt wurde, also eine äußere Kraft anzuwenden war, um das Wasser zu fördern, soll im vorliegenden Abschnitt eine Umkehrung dieser Bewegungsart behandelt werden. Bei dieser dient die Bewegung des dem freien Fall überlassenen Wassers zur Arbeitserzeugung, d. h. zur Bewegung von Maschinen. Man nennt alle hierher gehörigen Maschinen Wasserkraftmaschinen.

Sie bilden gewissermaßen die Umkehrung der Pumpen und kann — wenn auch nur theoretisch genommen — jede Pumpe umgekehrt als Wasserkraftmaschine oder jede letztere als Pumpe wirken, wenn die Bewegungsrichtungen des Wassers ebenfalls umgekehrt werden. Im großen und ganzen gelten daher die für die Pumpen gültigen Gesetze auch für die Wasserkraftmaschinen.

Ähnlich wie bei den Pumpen unterscheidet man auch bei den Wasserkraftmaschinen verschiedene Wirkungsweisen des Wassers, auf welche zunächst eingegangen werden soll.

2. Die Wirkungsweise des Wassers in den Wasserkraftmaschinen.

Zu unterscheiden sind im wesentlichen folgende Wirkungsweisen des Wassers:

a) die reine Gewichtswirkung,
b) die Wirkung durch hydrostatischen Druck,
c) die reine Stoßwirkung,
d) die Wirkung durch die lebendige Kraft des Wassers oder die Aktionswirkung,
e) die Reaktions- oder Gegendruckwirkung, auch Preßstrahlwirkung genannt,
f) die kombinierte Wirkung aus mehreren der vorgenannten Wirkungsweisen.

a) Die reine Gewichtswirkung.

Hierbei wird durch das Gewicht des fallenden Wassers ein fester Körper (Behälter, Zelle, Kübel, abgedichteter Kolben) niederbewegt. Anwendung findet dieselbe bei einigen veralteten Maschinen, z. B. den Kettenrädern, Kolbenrädern und (in Verbindung mit der Stoßwirkung) bei einigen Wasserrädern.

b) Die Wirkung durch hydrostatischen Druck.

Hierbei wird durch den auf einen Kolben wirkenden Wasserdruck einer beliebig hohen Wassersäule die Maschine in Bewegung gesetzt.

Ist F der Querschnitt des Kolbens in qm, h die Wasserdruckhöhe in m, γ das spez. Gewicht $= 1000$ kg/cbm, so ist der hydrostatische Gesamtdruck auf den Kolben $P = F \cdot h \cdot \gamma$ und die

Arbeitsleistung theoretisch gleich $A = P \cdot c$, wenn c die Geschwindigkeit des Kolbens in m in der Sekunde ist, oder $A = F \cdot h \cdot \gamma \cdot c = G \cdot h$, worin G das in der Sekunde zufließende bzw. niedersinkende Wassergewicht bezeichnet[1]).

c) Die reine Stoßwirkung.

Trifft ein, aus einer Rohrmündung ausströmender Wasserstrahl gegen eine frei bewegliche Fläche, so wirkt er durch Stoß auf dieselbe und verursacht ihre Fortbewegung oder Drehung um eine Achse. Diese Wirkungsweise ist die unvorteilhafteste, weil durch das beim Aufstoßen bewirkte Zerstäuben und Umherspritzen des Wassers ein beträchtlicher Teil der Kraft verloren geht.

d) Die Wirkung durch die lebendige Kraft oder Aktionswirkung.

Bei dieser Wirkungsweise fließt das Wasser aus einem geeignet geformten Auslauf an einer gesetzmäßig gekrümmten Fläche (Schaufel) entlang und wird hierbei von seiner Bahn allmählich abgelenkt. Indem das Wasser dabei seine Geschwindigkeit allmählich verringert (theoretisch bis zur absoluten Ruhe), überträgt es seine lebendige Kraft auf die Schaufel, wodurch diese in Bewegung gesetzt wird und die dem Verlust an lebendiger Kraft des Wassers entsprechende Arbeit aufnimmt. Diese Arbeit ist daher lediglich abhängig von der Differenz der Eintritts- und Austrittsgeschwindigkeit des Wassers und berechnet sich aus der Gleichung

$$L = \frac{c_e^2 - c_a^2}{2g},$$

worin L die Leistung in mkg für 1 kg Wasser, c_e die Eintrittsgeschwindigkeit, c_a die Austrittsgeschwindigkeit in m/Sek. und g die bekannte Beschleunigung der Schwere (9,81 m/Sek.) bezeichnet. Für G kg/Sek. berechnet sich dann die Leistung zu

$$L = \frac{G}{g} \cdot \frac{c_e^2 - c_a^2}{2} \quad \text{oder, da}$$

$\frac{G}{g} = M$ (Masse des Wassers in der Sekunde) ist

$$L = \frac{M}{2}(c_e^2 - c_a^2) = M\frac{c_e^2 - c_a^2}{2}.$$

---

1) Näheres hierüber und die folgenden Wirkungsweisen in des Verf. Bändchen, ANuG 228, „Die Wasserkraftmaschinen", 1908, S. 24.

e) Die Reaktions- oder Gegendruckwirkung.

Ist in irgendeinem Gefäße (Rohr oder dgl.) ein hydrostatischer Druck vorhanden und findet derselbe an irgendeiner Stelle keinen Gegendruck, so strömt an dieser Stelle das Wasser aus. Nach der Lehre vom Seitendruck[1]) herrscht jedoch überall gleicher Druck, d. h. die der Ausströmungsöffnung gegenüberliegende Fläche wird mit einem Drucke oder einer Reaktion belastet, dessen Größe, abgesehen von der Querschnittsfläche des ausströmenden Strahles, nur abhängig ist von der Druckhöhe der Wassersäule.

Sehr anschaulich läßt sich diese Wirkung darstellen durch ein auf Rollen ruhendes bewegliches Gefäß, Fig. 34, in welches in der Zeiteinheit eine bestimmte Wassermenge dauernd oben zu und durch ein am Boden befindliches seitliches Rohr dauernd abfließt.

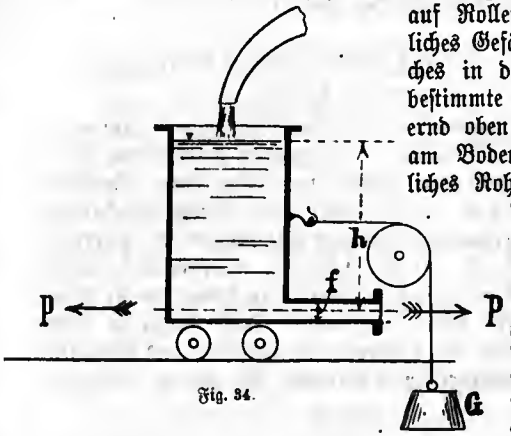


Fig. 34.

Nimmt man an, daß anfänglich das Ausströmungsrohr durch ein Abschlußorgan, z. B. einen Schieber verschlossen sei, so wird im Ruhezustand der Wasserdruck auf diesen Schieber vom Querschnitt f von der Höhe h der Wassersäule abhängig sein. Die gegenüberliegende Fläche des Gefäßes empfängt nach dem Gesetz vom Seitendruck denselben Druck. Denkt man sich nun plötzlich den Schieber entfernt, so wird das Wasser aus dem Ausströmungsrohr mit einer Geschwindigkeit $c = \sqrt{2gh}$ ausströmen. Infolge des Seitendruckes oder Gegendruckes auf die gegenüberliegende Fläche wird nun das Gefäß in der Richtung des Gegendruckes bewegt, falls nicht, wie in Fig. 34 gezeichnet, durch ein über eine Rolle laufendes Gegengewicht G der Gegendruck aufgehoben, das Gleichgewicht also hergestellt ist.

1) S. oben Kap. 1, 3., S. 15.

Da das Wasser den Querschnitt f völlig ausfüllt und es für die Wirkung gleichgültig ist, ob nur ein Ausströmungsrohr oder, wie bei den Turbinen, deren eine große Anzahl vorhanden ist, welche gleichfalls alle vollständig mit Wasser gefüllt sind, so nennt man die auf dieser Reaktionswirkung beruhenden Wasserkraftmaschinen Reaktionsräder oder auch Reaktionsturbinen und wegen der Volldruckwirkung auch Volldruckturbinen, Hochdruckturbinen und Preßstrahlturbinen.

f) Die kombinierte Wirkung.

Am meisten findet sich die Stoß- und Gewichtswirkung, die Stoßwirkung und die Wirkung durch die lebendige Kraft kombiniert, so besonders bei verschiedenen Wasserrädern.

3. Einteilung der Wasserkraftmaschinen.

Man unterscheidet bei denselben die beiden Hauptklassen

Wasserräder und Turbinen,

wobei die Einteilung in diese Gruppen weniger auf Grund der verschiedenen Wirkungsweisen des Wassers als auf Grund ihrer Bauart erfolgt ist.

Die Wasserräder sind, entweder aus Holz oder Eisen hergestellt, größere, um eine horizontale Achse drehbare, mit zahlreichen Zellen, Kübeln oder Schaufeln am Umfang versehene, frei im Raum bewegliche Räder, während die Turbinen meist in geschlossenen Behältern angeordnete, um eine lotrechte, seltener wagerechte Achse drehbare, mit Schaufeln am Umfang versehene Räder sind, oberhalb oder unterhalb, innerhalb oder außerhalb derselben ein besonderer, geschlossener, ebenfalls mit Schaufeln versehener feststehender Apparat, der Leitschaufelapparat, angebracht ist, welcher das Wasser den Radschaufeln entweder am ganzen Umfange oder nur an einer oder mehreren Stellen desselben zuleitet. Ersteres ist der Fall bei den Volldruckturbinen, letzteres bei den Partialturbinen. Erstere sind stets Reaktionsturbinen, letztere Aktionsturbinen.

4. Arbeitsleistung der Wasserkraftmaschinen.

Die für die Pumpen abgeleitete Gleichung für die zur Hebung einer bestimmten Wassermenge in der Zeiteinheit auf eine bestimmte

Höhe erforderliche Arbeit ist umgekehrt auch zur Berechnung der Arbeitsleistung der Wasserkraftmaschinen anzuwenden.

Denkt man sich in Fig. 33 an Stelle der Pumpe eine Wasserkraftmaschine, z. B. eine Wassersäulenmaschine oder ein Wasserrad gesetzt, so entspricht der Förderhöhe H_2 die Druckwasserhöhe für die Turbine, der Saugwasserhöhe H_1 die Abwasserhöhe der Turbine, d. h. es muß immer noch ein bestimmtes Gefälle zum Abfließen des Abwassers vorhanden sein. Das Gesamtgefälle H_0 setzt sich also aus H_1 und H_2 zusammen. Hierin ist aber H_1 ein verlorenes Gefälle, so daß für die Berechnung der Leistung nur das Aufschlags- oder Obergefälle H_2 in Frage kommt.

Bezeichnet nun Q das in der Sekunde zufließende Wassergewicht in kg, während V die sekundliche Wassermenge in cbm und γ das Gewicht eines cbm Wassers = 1000 kg und H_2 das Nutzgefälle bezeichnet, so ist

$$N = \frac{Q \cdot H}{75} = \frac{V \cdot \gamma \cdot H}{75} \text{ in PS}$$

die theoretisch zur Verfügung stehende oder disponible Leistung einer bestimmten Wasserkraft.

1. Beispiel. Bei einer Gebirgsanlage sei das Gefälle 300 m, die sekundliche Wassermenge $V = 0{,}1$ cbm, dann ist die disponible Leistung

$$N = \frac{0{,}1 \cdot 1000 \cdot 300}{75} = 400 \text{ PS}.$$

2. Beispiel. Bei dem Kraftwerk Rheinfelden im Oberrhein beträgt das Gefälle 2,8—4,9 m und die mittlere Dauerleistung 16800 PS[1]). Die sekundliche theoretische Wassermenge in cbm ist zu berechnen.

a) bei 2,8 m Gefälle folgt aus der Gleichung

$$N = \frac{V \cdot \gamma \cdot H}{75}, \quad V = \frac{75 \cdot N}{\gamma \cdot H} = \frac{75 \cdot 16800}{1000 \cdot 2{,}8} = 450 \text{ cbm/Sek.},$$

b) bei 4,9 m Gefälle:

$$V = \frac{75 \cdot 16800}{1000 \cdot 4{,}9} = 257 \text{ cbm/Sek.}$$

In Wirklichkeit muß dieselbe indessen im Hinblick auf die Wirkungsgrade der Turbinen erheblich (um ca. 15—20 %) größer sein.

1) Nach Mattern, Ausnutzung der Wasserkräfte. Leipzig 1906, Engelmann. S. 181, Tabelle 32.

Berechnung der Leistung unter Berücksichtigung der Wirkungsgrade der Wasserkraftmaschinen.

Der Wirkungsgrad der Wasserkraftmaschinen ist das Verhältnis der wirklich geleisteten oder effektiven Arbeit N_e zu der theoretisch möglichen oder disponiblen Leistung N_{th}, also

$$\eta = \frac{N_e}{N_{th}}, \quad N_e = \eta N_{th} \quad \text{und} \quad N_{th} = \frac{1}{\eta} N_e.$$

Dieser Wirkungsgrad ist je nach dem System und dem Gütegrad der Ausführung der Wasserkraftmaschinen sehr verschieden, am niedrigsten bei einigen Systemen von Wasserrädern, am höchsten bei neueren Preßstrahlturbinen.

Es beträgt der Wirkungsgrad η in % der theoretischen Leistung N_{th} ausgedrückt

für oberschlächtige Wasserräder	85,0,
„ Kulisseneinlauf	85,0,
„ Überfalleinlauf	65—75,
„ unterschlächtige Wasserräder	60—70,
„ Volldruckturbinen	90—95,
„ Aktionsturbinen	85—93.

Für die Bewegungsverhältnisse des Wassers in den geschlossenen Kanälen von Turbinen und die Berechnung der Leistung der Turbinen kommen die oben[1]) aufgestellten Gleichungen zur Anwendung.

Hierbei ist die Voraussetzung gemacht, daß die Querschnittsänderungen in den Radkanälen (sowohl der Turbinen als auch der Leitapparate) eine allmähliche sei. Es ist also für jeden Querschnitt

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + h = H = \text{konstant}.$$

Bezeichnet ferner noch F_1 den Eintrittsquerschnitt des Wassers in das Rad, F_2 den Austrittsquerschnitt, so muß auch die Beharrungsgleichung erfüllt sein, daß

$$F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2$$

ist, weil vorausgesetzt ist, daß die Radkanäle dauernd und an jeder Stelle mit Wasser voll ausgefüllt sind.

Bezeichnet man noch die Winkel, mit welchen die Radschaufeln an der Wassereintritts- bzw. Austrittsstelle gegen die Lotrechte

1) II. Teil, 2. Kapitel, Abschn. 2, S. 70.

gekrümmt sind, mit α_1 und α_2, ferner mit u die Umfangsgeschwindigkeit des Rades in der Sekunde, so hat man noch die zur Berechnung der Arbeitsleistung dienenden Gleichungen

$$R = M(c_2 \cdot \sin \alpha_2 - c_1 \cdot \sin \alpha_1),$$

worin R die Horizontalreaktion des Wassers beim Durchströmen durch das Rad und c_1 und c_2 die Komponenten aus den absoluten Geschwindigkeiten v_1 und v_2 und aus der Umfangsgeschwindigkeit u sind.

Die in der Sekunde gewonnene Arbeit ist sodann

$$L = R \cdot u \text{ in mkg} \quad \text{oder} \quad N = \frac{R \cdot u}{75} \text{ in PS}$$

oder, wenn der Wert von R eingesetzt wird,

$$L = M(c_2 \cdot \sin \alpha_2 - c_1 \cdot \sin \alpha_1) \cdot u \quad \text{und}$$

$$N = \frac{M \cdot u}{75}(c_2 \cdot \sin \alpha_2 - c_1 \cdot \sin \alpha_1).$$

Hierin ist M die sekundlich einströmende Wassermasse, die sich aus der sekundlichen Gewichtsmenge zu $M = \frac{G}{g}$ berechnet.

Es ist selbstverständlich Gegenstand der speziellen Turbinentheorie, die günstigsten Verhältnisse für die Geschwindigkeiten und Schaufelwinkel zu ermitteln. Hier konnte nur in kurzen Worten auf den Gang der anzustellenden Berechnungen hingewiesen werden.

Bayerische Staatsbibliothek München

Sachregister.

Absperrschützen 18.
Aeromechanik 1.
Aktionswirkung 105.
Ansatzrohr 75.
Aräometer 35.
Archimedisches Prinzip 30.
Artesischer Brunnen 26.
Atmosphäre 5.
Auftrieb 28.
Ausflußgeschwindigkeit 50.
Ausflußkoeffizient 86.
Ausflußzeit 62.

Baumé 38.
Beck 38.
Bernoullischer Satz 70.
Bodendruck 5.
Bodenventil 94.
Brix 38.
Bruttogewicht 4.

Cartier 38.

Darcy 80.
Darmstädter 26.
Deplacement 40.
Deplacementsschwerpunkt 40.
Depression 25, 71.
Druckhöhe 49.
Druckhöhe, hydraulische 72.
Druckhöhe, statische 68.
Druckleitung 93.
Druckmittelpunkt 15.

Fahrenheits Aräometer 36.
Flügel, hydrometrischer 81.
Flußbett 75.
Förderhöhe 96.
Frank 80.

Gefälle 76.
Gerinne 75.
Geschwindigkeitshöhe 69, 88.
Geschwindigkeitskoeffizient 87.
Gewichtswirkung 104.
Gütegrad 100.

Hebewerk 85.
Hydraulik 1.
Hydraulische Presse 11.
Hydromechanik 1.
Hydrostatischer Druck 104.
Hydrostatische Wage 32.

Injektor 93.

Kanal 47, 63.
Kanalwage 23.
Kommunizierende Gefäße 23, 60.
Kontraktion 85.
Kontraktionskoeffizient 86.
Kreiselpumpe 93.

Leergewicht 4.
Leitung 47.

Manometrisches Rohr 67.
Metazentrische Höhe 42.
Metazentrum 42.

Nettogewicht 4.
Nicholsons Aräometer 35.
Nivellieren 23.
Nutzgefälle 76.

Obergraben 76.

Piezometer 67.
Pitot 80.
Pulsometer 92.
Pumpen 92.
Pumpenleistung 98.

Ramazini 26.
Reaktionswirkung 106.
Regnault 9.
Reibung 85.
Reibungskoeffizient 87.
Rohrleitung 47, 64.

Saugkorb 94.
Saugleitung 93.
Saugwirkung 94.
Schleuderpumpe 93.
Schleuse 85.
Schützen 18.
Schwimmen unter Wasser 45.
Schwimmkörper 29, 80.
Seeger und Aaron 25.
Seitendruck 15, 106.
Seitenöffnung 59.

Senkwage 35.
Skalenaräometer 37.
Spannschützen 18.
Spezifisches Gewicht 3.
Spezifisches Gewicht fester Körper 34.
Spezifisches Gewicht flüssiger Körper 7.
Stabilität 40.
Staumauer 20.
Stoßwirkung 105.
Strombett 75.
Stromprofil 84.
Talsperre 78.
Toricelli 5.
Turbinen 107.

Untergraben 76.
v. Uslar 28.

Wasserkraftmaschinen 103.
Wassermessung 79.
Wasserräder 107.
Wasserschlag 96.
Wehr 85.
Widerstandskoeffizient 89.
Windkessel 96.
Wirkungsgrad 100.
Woltmannscher Flügel 81.
Wünschelrute 28.

Zeichengebung, akustische 83.
Zeichengebung, elektrische 83.
Zugmesser 25.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Lehrbuch der Physik

Zum Gebrauch beim Unterricht, bei akademischen Vorlesungen und zum Selbststudium

Von Direktor **E. Grimsehl.**

Zweite vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 1296 Textfiguren, 2 farbigen Tafeln und einem Anhange, enthaltend Tabellen physikalischer Konstanten und Zahlentabellen.

[XVI u. 1260 S.] gr. 8. 1912. Geh. ca. ℳ 15.—, in Leinw. geb. ca. ℳ 16.—

Fesselnde Darstellung, einfache klare Sprache, die das Eindringen selbst in schwierige Gebiete erleichtert, sind neben einem fast überreichen Anschauungsmaterial die Vorzüge dieses neuen groß angelegten Lehrbuches der Physik. In allen Kapiteln wird der physikalische Lehrstoff wissenschaftlich streng behandelt, so daß der Lernende von vornherein an präzises Denken und exaktes Arbeiten gewöhnt wird. Überall bietet das Experiment die Grundlage, von der aus der Verfasser mit großer Ausführlichkeit auf alle Tatsachen seines Gebietes eingeht. Stets findet man scharf herausgearbeitet, wo die Hypothese beginnt und wie sich auf ihr die Theorie anfbaut. Sorgfältig ausgearbeitete Tabellen beschließen das Werk, das nicht nnr den Lehrern und Studierenden, sondern auch dem physikalisch interessierten Laien zu empfehlen ist.

„Dieses in jeder Beziehung zeitgemäße Werk dee hekannten Verfassers, dor durch zahlreiche praktische Apparatkonstruktionen und methodische Arheiten geschätzt ist, vereinigt alle Eigenschaften, die es befähigen, ein nnenthehrliches Lehr- und Lernmittol zu werden. Es fesselt durch die unmittelhare Verständlichkeit, durch die zahlreichen zum Teil eigenartigen vorzüglichen Abbildungen und durch höchst angenehmen, übersichtlichen Druck, und die Meisterschaft, womit überall das richtige Verhältnis zwischen Induktion und Dedaktion getroffen ist, wird schwer zn überhieten sein. Daß sehr vieles in dem Buche original ist, ist angesichts des Erfolges, mit dem der Verfasser alle Gehiete der Physik durchgearheitet und zum Teil persönlich gestaltet hat, nicht verwunderlich. Das Bnch hat aher noch andere wertvolle Eigenschaften. Es enthält in richtigem Maße eingestrente geschichtliohe Bemerkungen. . ." **(Neue Jahrbücher für Pädagogik.)**

„Der hesondere Wert des Bnches llegt in der ungomein sorgfältigen Behandlung des angemessen heschränkten Stoffes. Die Darstellung hat überall das Gepräge des gewissenhaften Durchdenkens aller Einzelheiten, die in gewählter einfaohor Sprache mit nicht gewöhnlichem Lehrgesohick vorgetragen werden. Davon zengen anch die vielen neuen, meist sehr einfachen, aher das Wesentliche anschaulich kennzeichnenden Figuren."
(Archiv der Mathematik und Physik.)

„Anch der gehildete Laie, der das Bedürfnis hat, auf Grund einer guten natnrwissenschaftlichen Allgemeinausbildung seine physikalischen Kenntnisse zn vertiefen, wird das Bnch mit Nntzen verwenden können. Was es für diese Zwecke hesonders geeiguet macht, ist die hervorragend klare und anregende Art der Darstellung. Jeder Abschnitt geht von einfachen Beohachtungon nnd leicht anznstellenden Versuchen ans. Über tausend Abbildungen, znmeist sind es recht charakteristische schematische Zeichnungen, unterstützen den Text in wirksamer Weise. . . . Mit einem Worte, das Buch verdient in wisseusohaftlicher, methodischer und didaktischer Hinsicht volle Anerkennung." **(Natur u. Erziehung.)**

Ausführl. illustr. Prospekt umsonst und postfrei vom Verlag

NuG 304: v. Ihering, Mechanik der flüssigen Körper.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Mathematische Bibliothek

Gemeinverständliche Darstellungen
aus der Elementar-Mathematik für Schule und Leben

Unter Mitwirkung von Fachgenossen herausgegeben von

Dr. W. Lietzmann und **Dr. A. Witting**

Oberlehrer an der Oberrealschule zu Barmen

Professor am Gymnasium zum Heiligen Kreuz zu Dresden

In Kleinoktavbändchen. Kart.

Die Sammlung, die in einzeln käuflichen Bändchen in zwangloser Folge herausgegeben wird, bezweckt, allen denen, die Interesse an der Mathematik im weitesten Sinne des Wortes haben, es in angenehmer Form zu ermöglichen, sich über das gemeinhin in den Schulen Gebotene hinaus zu belehren und zu unterrichten. Die Bändchen geben also teils eine Vertiefung und eingehendere Bearbeitung solcher elementarer Probleme, die allgemeinere und kulturelle Bedeutung oder besonderes mathematisches Gewicht haben, teils sollen sie Dinge behandeln, die den Leser — ohne zu große Anforderungen an seine mathematischen Kenntnisse zu stellen — in neue Gebiete der Mathematik einführen.

Die bis jetzt in Aussicht genommenen Bände verteilen sich auf 4 Gruppen: 1. eine biographisch-historische, 2. eine für Arithmetik, Algebra und Analysis, 3. eine für Geometrie, 4. eine für angewandte Mathematik.

Zunächst sind erschienen:

1. E. Löffler, Ziffern und Ziffernsysteme bei den wichtigsten Kulturvölkern der Erde. [IV u. 94 S.] 1912. M. —.80.
2. H. Wieleitner, Der Begriff der Zahl. Mit 10 Figuren. [IV u. 57 S.] 1911. M. —.80.
3. W. Lietzmann, Der pythagoreische Lehrsatz mit einem Ausblick auf das Fermatsche Problem. Mit 44 Figuren. [IV u. 73 S.] 1912. M. —.80.

In Kürze werden folgen:

O. Meißner, Wahrscheinlichkeitsrechnung.

A. Witting, Infinitesimalrechnung.

A. Witting und H. Lohmann, Beispiele zur Geschichte der Mathematik.

Mathematische Experimentiermappe

für die Hand der Schüler zum Gebrauche beim geometrisch-propädeutischen Unterricht und zur Vorbereitung auf denselben sowie zur Selbstbeschäftigung in Mußestunden zusammengestellt von **Prof. Dr. G. Noodt** in Berlin.

Preis ca. M. 3.—

Enthält eine mit zahlreichen Figuren versehene kurze Anleitung zur selbsttätigen Herstellung von großenteils neuen Modellen und das hierzu erforderliche Material und Werkzeug und will sich, gemäß den modernen Reformbestrebungen auf dem Gebiete des mathematischen Unterrichts, in den Dienst einer intensiven Ausbildung des Anschauungsvermögens stellen. Denn gerade die Selbsttätigkeit der Schüler ist in hohem Grade geeignet, sie in frühester Jugend zum funktionalen Denken allmählich zu erziehen, indem man die Starrheit der geometrischen Gebilde aufgibt und die „Stücke" durch Bewegung von Punkten, Drehen von Strecken usf. als voneinander abhängig erkennen läßt. Sämtliche Modelle können als Ganzes oder in beliebigen Gruppen fertig hergestellt durch die Verlagsbuchhandlung bezogen werden.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Dr. Bastian Schmids
Naturwissenschaftliche Schülerbibliothek

„... Die älteren belehrenden Jugendbücher werden allmählich von dem neuartigen Typus, wie er hiermit vorliegt, abgelöst. Wesentlich ist ihm die Richtung aufs Selbstbeobachten. Wo geschichtliche Stoffe bearbeitet wurden, ist tiefer gegraben, das bloße Mitteilen durch ganze Erkenntnisreihen vertieft. Außerdem zeigen diese Bücher, welcher Gestaltsänderung, welcher Wandlungen die Populär-Wissenschaften fähig sind, wenn man ihnen neue Ziele gibt ...." (Literarischer Handweiser.)

Physikalisches Experimentierbuch. Von Professor Hermann Rebenstorf in Dresden, Kgl. Kadettenkorps. In 2 Teilen. I. Teil. Anleitung zum selbständigen Experimentieren für jüngere und mittlere Schüler. Mit 99 Abbildungen. [VII u. 231 S.] Geb. M. 3.—. [II. Teil unter der Presse.]

An der See. Geographisch-geologische Betrachtungen für mittlere und reife Schüler. Von Professor Dr. P. Dahms in Zoppot. Mit 61 Abb. [VI u. 210 S.] Geb. M. 3.—

Große Physiker. Bilder aus der Geschichte der Astronomie und Physik für reife Schüler. Von Direktor Professor Dr. Hans Keferstein in Hamburg. Mit 12 Bildnissen. [VI u. 234 S.] Geb. M. 3.—

Himmelsbeobachtung mit bloßem Auge. Für reife Schüler. Von Oberlehrer Franz Rusch in Dillenburg (Hessen-Nassau). Mit 30 Figuren und 1 Sternkarte. [IV u. 223 S.] Geb. M. 3.50.

Geologisches Wanderbuch. Für mittlere und reife Schüler. Von Professor K. G. Volk in Freiburg i. B. In 2 Teilen. I. Teil. Mit 169 Abbildungen und einer Orientierungstafel. [IV u. 294 S.] Geb. M. 4.—. [II. Teil in Vorbereitung.]

Küstenwanderungen. Biologische Ausflüge für mittlere und reife Schüler. Von Dr. V. Franz in Frankfurt a. M. Mit 92 Figuren. [VI u. 166 S.] Geb. M. 3.—

Anleitung zu photographischen Naturaufnahmen. Für mittlere und reife Schüler. Von Lehrer Georg E. F. Schulz in Friedenau bei Berlin. Mit 41 eigenen photogr. Aufn. d. Verf. und einem Vierfarbendruck. [IV u. 204 S.] Geb. M. 3.—

Die Luftschiffahrt. Für reife Schüler. Von Privatdozent Dr. Raimund Nimführ in Wien. Mit 99 Figuren. [X u. 224 S.] Geb. M. 3.—

Chemisches Experimentierbuch für Knaben. Von Professor Dr. Karl Scheid in Freiburg in Br. In 2 Teilen. I. Teil. 2. Aufl. Mit 79 Abb. [VIII u. 209 S.] Geb. M. 3.20. [II. Teil: Oberstufe in Vorbereitung.]

Unter der Presse* bzw. in Vorbereitung befinden sich:

Geograph. Wanderbuch. Von Privatdoz. Dr. Alfred Berg in Charlottenburg.

***Vegetationsschilderungen.** Von Prof. Dr. Paul Graebner, Kustos am Kgl. Botan. Garten in Berlin-Gr.-Lichterfelde.

***Das Handwerk.** Praktischer Handfertigkeitsunterricht. Von Professor G. Escheidlen in Mannheim.

Das Leben in Teich und Fluß. Von Professor Dr. Reinhold von Hanstein in Berlin-Groß-Lichterfelde.

Frühlingspflanzen. Von Professor Dr. F. Höck in Perleberg.

Schmetterlingsbuch. Von Oberstudienrat Prof. Dr. L. Lampert in Stuttgart.

Chemie und Großindustrie. Von Prof. Dr. E. Löwenhardt in Halle a. S.

Große Ingenieure. Von Privatdozent C. Matschoß in Berlin.

Große Chemiker. Von Professor Dr. O. Ohmann in Berlin.

***Vom Einbaum zum Linienschiff.** Von Ingenieur K. Radunz in Kiel.

Meteorologie. Von Gymn.-Oberlehrer M. Sassenfeld in Emmerich a. Rh.

Biologisches Experimentierbuch. Von Oberl. Dr. C. Schäffer in Hamburg.

Große Entdeckungen u. Erfindungen. Von Prof. Dr. K. Schreber in Greifswald.

Insektenbiologie. Von Oberlehrer Dr. Chr. Schröder in Berlin.

Körper- und Geistespflege. Von Dr. med. Siebert in München.

Das Leben unserer Vögel. Von Dr. Johann Thienemann, Kustos am zoolog. Museum der Universität Königsberg und Leiter der Vogelwarte Rositten.

Aquarium und Terrarium. Von Prof. Dr. F. Urban in Plan.

Ferner sind in Aussicht genommen:
Große Biologen — Große Geographen — Elektrotechn. Experimentierbuch.

Ausführl. illustr. Prospekt umsonst und postfrei vom Verlag

B. G. TEUBNERS HANDBÜCHER FÜR HANDEL UND GEWERBE

HERAUSGEGEBEN VON

DR. VAN DER BORGHT PRÄSIDENT D. KAIS. STAT. AMTES
DR. SCHUMACHER PROF. AN DER UNIV. BONN
DR. STEGEMANN GEH. REG.-RAT IN BRAUNSCHWEIG

Die Handbücher sollen in erster Linie dem Kaufmann und Industriellen ein geeignetes Hilfsmittel bieten, sich rasch ein wohlbegründetes Wissen auf den Gebieten der Handels- und der Industrielehre, der Volkswirtschaft und des Rechtes, der Wirtschaftsgeographie und der Wirtschaftsgeschichte zu erwerben. Aber auch allen Volkswirtschaftlern und Politikern sowie den Verwaltungs- und Steuerbehörden wird die Sammlung willkommen sein, da sie in ihr die so oft nötigen zuverlässigen Nachschlagewerke über die verschiedenen kaufmännischen und industriellen Fragen finden werden.

Anlage von Fabriken. Von Bauingenieur H. **Haberstroh**, Stadtbaurat E. **Weidlich**, Regierungsbaumeister E. **Görts** und Geh. Regierungsrat Dr. R. **Stegemann**. Mit 274 Abbildungen und Plänen und 6 Tafeln. [XIII u. 528 S.] gr. 8. 1907. Geh. *M* 12.—, geb. *M* 12.80.

Betrieb von Fabriken. Von Geh. Finanzrat Dr. F. W. R. **Zimmermann**, Fabrikdirektor A. **Johanning**, Stadtrat H. v. **Frankenberg** und Geh. Reg.-Rat Dr. R. **Stegemann**. Mit 3 Abbildnugen und zahlreichen Formularen. [VI u. 436 S.] gr. 8. 1905. Geh. *M* 8.—, geb. *M* 8.60.

Einführung in die Elektrotechnik. Physikalische Grundlagen und technische Ausführungen. Von R. **Rinkel**. Mit 445 Abbildungen im Text. [VI u. 464 S.] gr. 8. 1908. Geh. *M* 11.20, geb. *M* 12.—

Die Eisenindustrie. Von Professor Oskar **Simmersbach**. Mit 92 Abbildungen. [X u. 322 S.] gr. 8. 1906. Geh. *M* 7.20, geb. *M* 8.—

Die chemische Industrie. Von Gustav **Müller**, Kais. Geh. Oberreg.-Rat, vortr. Rat im Reichsamt des Innern. Unter Mitwirkung von Dr. phil. Fritz **Bennigson**. [VIII u. 488 S.] gr. 8. 1909. Geh. *M* 11.20, geb. *M* 12.—

Chemische Technologie. Von Dr. Fr. **Heusler**. Mit 128 Abb. [XVI u. 351 S.] gr. 8. 1905. Geh. *M* 8.—, geb. *M* 8.60.

Die Zuckerindustrie. gr. 8. 1905 Geh. *M* 7.40, geb. *M* 7.80. Einzeln: I. Teil: **Die Zuckerfabrikation**. Von Dr. H. **Claassen** und Dr. W. **Bartz**. Mit 79 Abb. [X u. 270 S.] Geh. *M* 5.60, geb. *M* 6.— II. Teil: **Der Zuckerhandel**. Von O. **Pilet**. [IV u. 92 S.] Geh. *M* 1.80, geb. *M* 2.20.

Die Zuckerproduktion der Welt. Von Geheimrat Prof. Dr. H. **Paasche**. [VI u. 338 S.] gr. 8. 1905. Geh. *M* 7.40, geb. *M* 8.—

Versicherungswesen. Von Professor Dr. A. **Manes**. [XII u. 468 S.] gr. 8. 1905. Geh. *M* 9.40, geb. *M* 10.—

Sozialpolitik. Von Professor Dr. O. v. **Zwiedineck-Südenhorst**. [IX u. 450 S.] Geh. *M* 9.20, geb. *M* 10.—

Das Genossenschaftswesen in Deutschland. Von Professor Dr. W. **Wygodzinski**. [VI u. 287 S.] gr. 8. 1911. Geh. *M* 6.—, geb. *M* 8.80.

Die Bilanzen der privaten Unternehmungen. Mit besonderer Berücksichtigung der Aktiengesellschaften, Gesellschaften m. b. H., Genossenschaften und Gewerkschaften, der Bank-, Versicherungs- und Eisenbahnunternehmungen. Von Professor Dr. phil. et jur. R. **Passow**. [XII u. 355 S.] gr. 8. 1910. Geh. *M* 8.40, geb. *M* 9.—

Weitere Bände befinden sich in Vorbereitung.

Ausführlicher Prospekt auf Verlangen umsonst und postfrei vom Verlag

Aus Natur und Geisteswelt.

Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen aus allen Gebieten des Wissens.

Jeder Band ist in sich abgeschlossen und einzeln käuflich.

Jeder Band geh. M. 1.—, in Leinwand geb. M. 1.25.

Übersicht nach Wissenschaften geordnet.

Allgemeines Bildungswesen. Erziehung und Unterricht.

Das deutsche Bildungswesen in seiner geschichtlichen Entwicklung. Von weil. Prof. Dr. Friedrich Paulsen. 2. Aufl. Von Prof. Dr. W. Münch. Mit einem Bildnis Paulsens. (Bd. 100.)

Der Leipziger Student von 1409—1909. Von Dr. W. Bruchmüller. Mit 25 Abb. (Bd. 273.)

Geschichte des deutschen Schulwesens. Von Oberrealschuldirektor Dr. K. Knabe. (Bd. 85.)

Das deutsche Unterrichtswesen der Gegenwart. Von Oberrealschuldirektor Dr. K. Knabe. (Bd. 299.)

Allgemeine Pädagogik. Von Prof. Dr. Th. Ziegler. 3. Aufl. (Bd. 33.)

Experimentelle Pädagogik mit besonderer Rücksicht auf die Erziehung durch die Tat. Von Dr. W. A. Lay. 2. Aufl. Mit 2 Abb. (Bd. 224.)

Psychologie des Kindes. Von Prof. Dr. R. Gaupp. 2. Aufl. Mit 18 Abb. (Bd. 213.)

Moderne Erziehung in Haus und Schule. Von J. Tews. 2. Aufl. (Bd. 159.)

Großstadtpädagogik. Von J. Tews. (Bd. 327.)

Schulkämpfe der Gegenwart. Von J. Tews 2. Aufl. (Bd. 111.)

Die höhere Mädchenschule in Deutschland. Von Oberlehrerin M. Martin. (Bd. 65.)

Vom Hilfsschulwesen. Von Rektor Dr. B. Maennel. (Bd. 73.)

Das deutsche Fortbildungsschulwesen. Von Direktor Dr. Fr. Schilling. (Bd. 256.)

Die Knabenhandarbeit in der heutigen Erziehung. Von Seminar-Dir. Dr. A. Pabst. Mit 21 Abb. u. 1 Titelbild. (Bd. 140.)

Das moderne Volksbildungswesen. Bücher- und Lesehallen, Volkshochschulen und verwandte Bildungseinrichtungen in den wichtigsten Kulturländern in ihrer Entwicklung seit der Mitte des neunzehnten Jahrhunderts. Von Stadtbibliothekar Dr. G. Fritz. Mit 14 Abb. (Bd. 266.)

Die amerikanische Universität. Von Ph. D. E. D. Perry. Mit 22 Abb. (Bd. 206.)

Technische Hochschulen in Nordamerika. Von Prof. S. Müller. Mit zahlr. Abb., Karte u. Lageplan. (Bd. 190.)

Volksschule und Lehrerbildung der Vereinigten Staaten. Von Dir. Dr. F. Kuypers Mit 48 Abb. u. 1 Titelbild. (Bd. 150.)

Deutsches Ringen nach Kraft und Schönheit. Aus den literarischen Zeugnissen eines Jahrhunderts gesammelt. Von Turninspektor K. Möller. 2 Bde. Band II: Im Vorb. (Bd. 188/189.)

Schulhygiene. Von Prof. Dr. L. Burgerstein. 2. Aufl. Mit 33 Fig. (Bd. 96.)

Jugend-Fürsorge. Von Waisenhaus-Direktor Dr. J. Petersen. 2 Bde. (Bd. 161. 162.)

Pestalozzi. Sein Leben und seine Ideen. Von Prof. Dr. P. Natorp. Mit 1 Bildnis u. 1 Brieffaksimile. (Bd. 250.)

Herbarts Lehren und Leben. Von Pastor O. Flügel. Mit 1 Bildnisse Herbarts. (Bd. 164.)

Friedrich Fröbel. Sein Leben und sein Wirken. Von A. von Portugall. Mit 5 Tafeln. (Bd. 82.)

Religionswissenschaft.

Leben und Lehre des Buddha. Von weil. Prof. Dr. R. Pischel. 2. Aufl. von Prof. Dr. H. Lüders. Mit 1 Tafel. (Bd. 109.)

Germanische Mythologie. Von Prof. Dr. J. v. Negelein. (Bd. 95.)

Mystik im Heidentum und Christentum. Von Dr. E. Lehmann. (Bd. 217.)

Palästina und seine Geschichte. Von Prof. Dr. H. Freiherr von Soden. 3. Aufl. Mit 2 Karten, 1 Plan u. 6 Ansichten. (Bd. 6.)

Aus Natur und Geisteswelt.

Jeder Band geheftet M. 1.—, in Leinwand gebunden M. 1.25.

Palästina und seine Kultur in fünf Jahrtausenden. Von Gymnasialoberlehrer Dr. P. Thomsen. Mit 36 Abb. (Bd. 260.)

Die Grundzüge der israelitischen Religionsgeschichte. Von Prof. Dr. Fr. Giesebrecht. 2. Aufl. (Bd. 52)

Die Gleichnisse Jesu. Zugleich Anleitung zu einem quellenmäßigen Verständnis der Evangelien. Von Lic. Prof. Dr. H. Weinel. 3. Aufl. (Bd. 46.)

Wahrheit und Dichtung im Leben Jesu. Von Pfarrer D. P. Mehlhorn. 2. Aufl. (Bd. 137.)

Jesus und seine Zeitgenossen. Geschichtliches und Erbauliches. Von Pastor C. Bonhoff. (Bd. 89.)

Der Text des Neuen Testamentes nach seiner geschichtlichen Entwicklung. Von Div.-Pfarrer A. Pott. Mit 8 Tafeln. (Bd. 134.)

Der Apostel Paulus und sein Werk. Von Prof. Dr. E. Vischer. (Bd. 309.)

Christentum und Weltgeschichte. Von Prof. Dr. K. Sell. 2 Bde. (Bd. 297. 298.)

Aus der Werdezeit des Christentums. Studien und Charakteristiken. Von Prof. Dr. J. Geffcken. 2. Aufl. (Bd. 54.)

Luther im Lichte der neueren Forschung. Ein kritischer Bericht. Von Prof. Dr. H. Boehmer. 2. Aufl. Mit 2 Bildn. Luthers. (Bd. 113.)

Johann Calvin. Von Pfarrer Dr. G. Sodeur. Mit 1 Bildnis. (Bd. 247.)

Die Jesuiten. Eine historische Skizze. Von Prof. Dr. H. Boehmer. 2. Aufl. (Bd. 49.)

Die religiösen Strömungen der Gegenwart. Von Superintendent D. A. H. Braasch. 2. Auflage. (Bd. 66.)

Die Stellung der Religion im Geistesleben. Von Lic. Dr. P. Kalweit. (Bd. 225.)

Religion und Naturwissenschaft in Kampf und Frieden. Ein geschichtlicher Rückblick. Von Dr. A. Pfannkuche. 2. Aufl. (Bd. 141.)

Einführung in die Theologie: Pastor M. Cornitz. (Bd. 347.)

Philosophie und Psychologie.

Einführung in die Philosophie. Von Prof. Dr. R. Richter. 2. Aufl. (Bd. 155.)

Die Philosophie. Einführung in die Wissenschaft, ihr Wesen und ihre Probleme. Von Realschuldirektor H. Richert. (Bd. 186.)

Ästhetik: Dr. R. Hamann. (Bd. 345.)

Führende Denker. Geschichtliche Einleitung in die Philosophie. Von Prof. Dr. J. Cohn. 2. Aufl. Mit 6 Bildn. (Bd. 176.)

Griechische Weltanschauung. Von Privatdoz. Dr. M. Wundt. (Bd. 329.)

Die Weltanschauungen der großen Philosophen der Neuzeit. Von weil. Prof. Dr. B. Busse, 5. Aufl., herausgegeben von Prof. Dr. R. Falckenberg. (Bd. 56.)

Die Philosophie der Gegenwart in Deutschland. Eine Charakteristik ihrer Hauptrichtungen. Von Prof. Dr O. Külpe. 5. Aufl. (Bd. 41.)

Rousseau. Von Prof. Dr. B. Henfel. Mit 1 Bildn. (Bd. 180.)

Immanuel Kant. Darstellung und Würdigung. Von Prof. Dr. O. Külpe. 2. Aufl. Mit 1 Bildn. (Bd. 146.)

Schopenhauer. Seine Persönlichkeit, seine Lehre, seine Bedeutung. Von Realschuldirektor H. Richert. 2. Aufl. Mit 1 Bildnis. (Bd. 81.)

Herbert Spencer. Von Dr. K. Schwarze. Mit 1 Bildn. (Bd. 245.)

Aufgaben und Ziele des Menschenlebens. Von Dr. J. Unold. 3. Aufl. (Bd. 12.)

Sittliche Lebensanschauungen der Gegenwart. Von weil. Prof. Dr. O. Kirn. 2. Aufl. (Bd. 177.)

Die Mechanik des Geisteslebens. Von Prof. Dr. M. Verworn. 2. Aufl. Mit 18 Fig. (Bd. 200.)

Die Seele des Menschen. Von Prof. Dr. F. Rehmke. 3. Aufl. (Bd. 36.)

Hypnotismus und Suggestion. Von Dr. E. Trömner. (Bd. 199.)

Literatur und Sprache.

Die Sprachstämme des Erdkreises. Von weil. Prof. Dr. F. N. Finck. (Bd. 267.)

Die Haupttypen des menschlichen Sprachbaues. Von weil. Prof. Dr. F. N. Finck. (Bd. 268.)

Rhetorik. Richtlinien für die Kunst des Sprechens. Von Dr. E. Geißler. (Bd 310.)

Wie wir sprechen. Von Dr. E. Richter. (Bd. 354.)

Aus Natur und Geisteswelt.

Jeder Band geheftet M. 1.—, in Leinwand gebunden M. 1.25.

Die deutschen Personennamen. Von Direktor A. Bähnisch. (Bd. 296.)

Das deutsche Volkslied. Über Wesen und Werden des deutschen Volksgesanges. Von Dr. J. W. Bruinier. 4. Aufl. (Bd. 7.)

Die deutsche Volkssage. Von Dr. O. Böckel. (Bd. 262.)

Das Theater. Schauspielhaus und Schauspielkunst vom griech. Altertum bis auf die Gegenwart. Von Dr. Chr. Gaehde. Mit 20 Abb. (Bd. 230.)

Das Drama. Von Dr. B. Busse. Mit Abbildungen. 2 Bde. (Bd. 287/288.)

Bd. I: Von der Antike zum französischen Klassizismus. (Bd. 287.)

Bd. II: Von Versailles bis Weimar. (Bd. 288.)

Geschichte der deutschen Lyrik seit Claudius. Von Dr. H. Spiero. (Bd. 254.)

Schiller. Von Prof. Dr. Th. Ziegler. Mit Bildnis Schillers. 2. Aufl. (Bd. 74.)

Das deutsche Drama des neunzehnten Jahrhunderts. In seiner Entwicklung dargestellt von Prof. Dr. G. Witkowski. 3. Aufl. Mit 1 Bildn. Hebbels. (Bd. 51.)

Deutsche Romantik. Von Prof. Dr. O. F. Walzel. (Bd. 232.)

Friedrich Hebbel. Von Dr. A. Schaxpire-Neurath. Mit 1 Bildn. Hebbels. (Bd. 233.)

Gerhart Hauptmann. Von Prof. Dr. E. Sulger-Gebing. Mit 1 Bildn. Gerhart Hauptmanns. (Bd. 283.)

Henrik Ibsen, Björnstjerne Björnson und ihre Zeitgenossen. Von weil. Prof. Dr. B. Kahle. Mit 7 Bildn. (Bd. 193.)

Shakespeare und seine Zeit. Von Prof. Dr. E. Sieper. Mit 3 Taf. u. 3 Textb. (Bd. 185.)

Bildende Kunst und Musik.

Bau und Leben der bildenden Kunst. Von Direktor Dr. Th. Volbehr. Mit 44 Abb. (Bd. 68.)

Die Ästhetik. Von Dr. R. Hamann. (Bd. 345.)

Die Entwicklungsgeschichte der Stile in der bildenden Kunst. Von Dr. E. Cohn-Wiener. 2 Bde. Mit zahlr. Abb. (Bd. 317/318.)

Band I: Vom Altertum bis zur Gotik. Mit 57 Abb. (Bd. 317.)

Band II: Von der Renaissance bis zur Gegenwart. Mit 31 Abb. (Bd. 318.)

Die Blütezeit der griechischen Kunst im Spiegel der Reliefsarkophage. Eine Einführung in die griechische Plastik. Von Dr. H. Wachtler. Mit 8 Taf. u. 32 Abb. (Bd. 272.)

Deutsche Baukunst im Mittelalter. Von Prof. Dr. A. Matthaei. 2. Aufl. Mit 29 Abb. (Bd. 8.)

Deutsche Baukunst seit dem Mittelalter bis zum Ausgang des 18. Jahrhunderts. Von Prof. Dr. A. Matthaei. Mit 62 Abb. u. 3 Taf. (Bd. 326.)

Die deutsche Illustration. Von Prof. Dr. R. Kautzsch. Mit 35 Abb. (Bd. 44.)

Deutsche Kunst im täglichen Leben bis zum Schlusse des 18. Jahrhunderts. Von Prof. Dr. B. Haendcke. Mit 63 Abb. (Bd. 198.)

Albrecht Dürer. Von Dr. R. Wustmann. Mit 33 Abb. (Bd. 97.)

Rembrandt. Von Prof. Dr. P. Schubring. Mit 50 Abb. (Bd. 158.)

Ostasiatische Kunst und ihr Einfluß auf Europa. Von Direktor Prof. Dr. R. Graul. Mit 49 Abb. (Bd. 87.)

Kunstpflege in Haus und Heimat. Von Superintendent Richard Bürkner. 2. Aufl. Mit 29 Abb. (Bd. 77.)

Geschichte der Gartenkunst. Von Reg.-Baum. Chr. Rauch. Mit 41 Abb. (Bd. 274.)

Die Grundlagen der Tonkunst. Versuch einer genetischen Darstellung der allgemeinen Musiklehre. Von Prof. Dr. H. Rietsch. (Bd. 178.)

Einführung in das Wesen der Musik. Von Prof. C. R. Hennig. (Bd. 119.)

Klavier, Orgel, Harmonium. Das Wesen der Tasteninstrumente. Von Prof. Dr. O. Bie. (Bd. 325.)

Geschichte der Musik. Von Dr. Fr. Spiro. (Bd. 143.)

Haydn, Mozart, Beethoven. Von Prof. Dr. C. Krebs. Mit 4 Bildn. (Bd. 92.)

Die Blütezeit der musikalischen Romantik in Deutschland. Von Dr. E. Istel. Mit 1 Silhouette. (Bd. 239.)

Das Kunstwerk Richard Wagners. Von Dr. E. Istel. Mit 1 Bildnis R. Wagners. (Bd. 330.)

Das moderne Orchester in seiner Entwicklung. Von Prof. Dr. Fr. Volbach. Mit Partiturbeisp. u. 2 Instrumententab. (Bd. 308.)

Geschichte und Kulturgeschichte.

Das Altertum im Leben der Gegenwart. Von Prof. Dr. P. Cauer. (Bd. 356.)

Kulturbilder aus griechischen Städten. Von Oberlehrer Dr. E. Siebarth. 2. Aufl. Mit 22 Abb. (Bd. 131.)

Pompeji, eine hellenistische Stadt in Italien. Von Prof. Dr. Fr. v. Duhn. 2. Aufl. Mit 62 Abb. (Bd. 114.)

Soziale Kämpfe im alten Rom. Von Privatdoz. Dr. L. Bloch. 2. Aufl. (Bd. 22.)

Byzantinische Charakterköpfe. Von Privatdoz. Dr. K. Dieterich. Mit 2 Bildn. (Bd. 244.)

Germanische Kultur in der Urzeit. Von Prof. Dr. G. Steinhausen. 2. Aufl. Mit 13 Abb. (Bd. 75.)

Mittelalterliche Kulturideale. Von Prof. Dr. W. Bebel. 2 Bde.

Bd. I: Heldenleben. (Bd. 292.)

Bd. II: Ritterromantik. (Bd. 293.)

Deutsches Frauenleben im Wandel der Jahrhunderte. Von Dir. Dr. E. Otto. 2. Aufl. Mit 27 Abb. (Bd. 45.)

Deutsche Städte und Bürger im Mittelalter. Von Prof. Dr. B. Heil. 2. Aufl. Mit zahlr. Abb. u. 1 Doppeltafel. (Bd. 43.)

Historische Städtebilder aus Holland und Niederdeutschland. Von Reg.-Baum. a. D. A. Erbe. Mit 59 Abb. (Bd. 117.)

Das deutsche Dorf. Von R. Mielke. Mit 51 Abb. (Bd. 192.)

Das deutsche Haus und sein Hausrat. Von Prof. Dr. R. Meringer. Mit 106 Abb. (Bd. 116.)

Kulturgeschichte des deutschen Bauernhauses. Von Reg.-Baum. Chr. Rauch. Mit 70 Abb. (Bd. 121.)

Geschichte des deutschen Bauernstandes. Von Prof. Dr. H. Gerdes. Mit 21 Abb. (Bd. 320.)

Das deutsche Handwerk in seiner kulturgeschichtlichen Entwicklung. Von Dir. Dr. E. Otto. 3. Aufl. Mit 27 Abb. (Bd. 14.)

Deutsche Volksfeste und Volkssitten. Von H. S. Rehm. Mit 11 Abb. (Bd. 214.)

Deutsche Volkstrachten. Von Pfarrer C. Spieß. (Bd. 342.)

Familienforschung. Von Dr. E. Devrient. (Bd. 350.)

Die Münze als hist. Denkmal sowie ihre Bedeutung im Rechts- und Wirtschaftsleben. Von Prof. Dr. A. Luschin v. Ebengreuth. Mit 53 Abb. (Bd. 91.)

Das Buchgewerbe und die Kultur. Sechs Vorträge, gehalten im Auftrage des Deutschen Buchgewerbevereins. Mit 1 Abb. (Bd. 182.)

Schrift- und Buchwesen in alter und neuer Zeit. Von Prof. Dr. O. Weise. 3. Aufl. Mit 37 Abb. (Bd. 4.)

Das Zeitungwesen. Von Dr. H. Diez. (Bd. 328.)

Das Zeitalter der Entdeckungen. Von Prof. Dr. S. Günther. 3. Aufl. Mit 1 Weltk. (Bd. 26.)

Von Luther zu Bismarck. 12 Charakterbilder aus deutscher Geschichte. Von Prof. Dr. O. Weber. (Bd. 123. 124.)

Friedrich der Große. Sechs Vorträge. Von Prof. Dr. Th. Bitterauf. Mit 2 Bildn. (Bd. 246.)

Geschichte der Französischen Revolution. Von Prof. Dr. Th. Bitterauf. (Bd. 346.)

Napoleon I. Von Prof. Dr. Th. Bitterauf. 2. Aufl. Mit 1 Bildn. (Bd. 195.)

Politische Hauptströmungen in Europa im 19. Jahrh. Von Prof. Dr. K. Th. v. Heigel. 2. Aufl. (Bd. 129.)

Restauration und Revolution. Skizzen zur Entwicklungsgeschichte der deutschen Einheit. Von Prof. Dr. R. Schwemer. 2. Aufl. (Bd. 37.)

Die Reaktion und die neue Ära. Skizzen zur Entwicklungsgeschichte der Gegenwart. Von Prof. Dr. R. Schwemer. (Bd. 101.)

Vom Bund zum Reich. Neue Skizzen zur Entwicklungsgeschichte der deutschen Einheit. Von Prof. Dr. R. Schwemer. (Bd. 102.)

1848. Sechs Vorträge. Von Prof. Dr. O. Weber. 2. Aufl. (Bd. 53.)

Österreichs innere Geschichte von 1848 bis 1907. Von Richard Charmatz. 2 Bde. [I 2. Aufl.] Band I: Die Vorherrschaft der Deutschen. (Bd. 242). Band II: Der Kampf der Nationen. (Bd. 243.)

Englands Weltmacht in ihrer Entwicklung vom 17. Jahrhundert bis auf unsere Tage. Von Prof. Dr. W. Langenbeck. Mit 19 Bildn. (Bd. 174.)

Geschichte der Vereinigten Staaten von Amerika. Von Prof. Dr. E. Daenell. (Bd. 147.)

Die Amerikaner. Von R. M. Butler. Deutsche Ausg. bes. von Prof. Dr. W. Paszkowski. (Bd. 319.)

Vom Kriegswesen im 19. Jahrhundert. Von Major O. v. Sothen. Mit 9 Übersichtsk. (Bd. 59.)

Der Krieg im Zeitalter des Verkehrs und der Technik. Von Hauptmann A. Meyer. Mit 3 Abb. (Bd. 271.)

Der Seekrieg. Eine geschichtliche Entwicklung vom Zeitalter der Entdeckungen bis zur Gegenwart. Von K. Freiherrn von Maltzahn, Vize-Admiral a. D. (Bd. 99.)

Die moderne Friedensbewegung. Von A. H. Fried. (Bd. 157.)

Die moderne Frauenbewegung. Ein geschichtlicher Überblick. Von Dr. K. Schirmacher. 2. Aufl. (Bd. 67.)

Rechts- und Staatswissenschaft. Volkswirtschaft.

Deutsches Fürstentum und dtsch. Verfassungsw. Von Prof. Dr. Ed. Hubrich. (Bd. 80.)

Grundzüge der Verfassung des Deutschen Reiches. Von Prof. Dr. E. Loening. 3. Aufl. (Bd. 34.)

Moderne Rechtsprobleme. Von Prof. Dr. J. Kohler. (Bd. 128.)

Die Psychologie des Verbrechers. Von Dr. P. Poliz. Mit 5 Diagrammen. (Bd. 248.)

Strafe und Verbrechen. Von Dr. P. Poliz. (Bd. 323.)

Verbrechen und Aberglaube. Skizzen aus der volkskundlichen Kriminalistik. Von Kammergerichtsref. Dr. A. Hellwig. (Bd. 212.)

Das deutsche Zivilprozeßrecht. Von Rechtsanw. Dr. M. Strauß. (Bd. 315.)

Ehe und Eherecht. Von Prof. Dr. L. Wahrmund. (Bd. 115.)

Der gewerbliche Rechtsschutz in Deutschland. Von Patentanw. B. Volksdorf. (Bd. 138.)

Die Miete nach dem B. G.-B. Ein Handbüchlein für Juristen, Mieter und Vermieter. Von Rechtsanw. Dr. M. Strauß. (Bd. 194.)

Das Wahlrecht. Von Reg.-Rat Dr. O. Poensgen. (Bd. 294.)

Die Jurisprudenz im häuslichen Leben. Für Familie und Haushalt dargestellt. Von Rechtsanw. P. Bienengräber. 2 Bde. (Bd. 219. 220.)

Finanzwissenschaft. Von Prof. Dr. S. P. Altmann. (Bd. 306.)

Soziale Bewegungen und Theorien bis zur modernen Arbeiterbewegung. Von G. Maier. 4. Aufl. (Bd. 2.)

Geschichte der sozialistischen Ideen im 19. Jahrh. Von Privatdoz. Dr. Fr. Muckle. 2 Bände. (Bd. 269. 270.) Band I: Der rationale Sozialismus. (Bd. 269.) Band II: Proudhon und der entwicklungsgeschichtliche Sozialismus. (Bd 270).

Geschichte des Welthandels. Von Oberlehrer Dr. M. G. Schmidt. 2. Aufl. (Bd. 118.)

Geschichte d. deutschen Handels. Von Prof. Dr. W. Langenbeck. (Bd. 237.)

Deutschlands Stellung in der Weltwirtschaft. Von Prof. Dr. P. Arndt. (Bd. 179.)

Deutsches Wirtschaftsleben. Auf geographischer Grundlage geschildert. Von weil. Prof. Dr. Chr. Gruber. 2. Aufl. Neubearb. von Dr. H. Reinlein. (Bd. 42.)

Die Ostmark. Eine Einführung in die Probleme ihrer Wirtschaftsgeschichte. Von Prof. Dr. W. Mitscherlich. (Bd. 351.)

Die Entwicklung des deutschen Wirtschaftslebens im letzten Jahrh. Von Prof. Dr. L. Pohle. 2. Aufl. (Bd. 57.)

Das Hotelwesen. Von Paul Damm-Etienne. Mit 30 Abb. (Bd. 331.)

Die deutsche Landwirtschaft. Von Dr. W. Claaßen. Mit 15 Abb. u. 1 Karte. (Bd. 215.)

Innere Kolonisation. Von A. Brenning. (Bd. 261.)

Antike Wirtschaftsgeschichte. Von Dr. O. Neurath. (Bd. 258.)

Aus dem amerikanischen Wirtschaftsleben. Von Prof. J. L. Laughlin. Mit 9 graph. Darst. (Bd. 127.)

Die Japaner und ihre wirtsch. Entwicklung. Von Prof. Dr. K. Rathgen. 2. Aufl. (Bd. 72.)

Die Gartenstadtbewegung. Von Generalsekr. H. Kampffmeyer. Mit 43 Abb. (Bd. 259.)

Das internationale Leben der Gegenwart. Von A. H. Fried. Mit 1 Tafel. (Bd. 226.)

Bevölkerungslehre. Von Prof. Dr. M. Haushofer. (Bd. 50.)

Arbeiterschutz und Arbeiterversicherung. Von Prof. Dr. O. v. Zwiedineck-Südenhorst. (Bd. 78.)

Das Recht der kaufmännisch Angestellten. Von Rechtsanwalt Dr. M. Strauß. (Bd. 361.)

Die Konsumgenossenschaft. Von Prof. Dr. F. Staudinger. (Bd. 222.)

Die Frauenarbeit. Ein Problem des Kapitalismus. Von Prof. Dr. R. Wilbrandt. (Bd. 106.)

Grundzüge des Versicherungswesens. Von Prof. Dr. A. Manes. 2. Aufl. (Bd. 105.)

Verkehrsentwicklung in Deutschland. 1800—1900 (fortgeführt bis zur Gegenwart). Vorträge über Deutschlands Eisenbahnen und Binnenwasserstraßen, ihre Entwicklung und Verwaltung sowie ihre Bedeutung für die heutige Volkswirtschaft. Von Prof. Dr. W. Lotz. 3. Aufl. (Bd. 15.)

Das Postwesen, seine Entwicklung und Bedeutung. Von Postr. J. Bruns. (Bd. 165.)

Die Telegraphie in ihrer Entwicklung und Bedeutung. Von Postr. J. Bruns. Mit 4 Fig. (Bd. 183.)

Deutsche Schiffahrt und Schiffahrtspolitik der Gegenwort. Von Prof. Dr. K. Thieß. (Bd. 169.)

Erdkunde.

Mensch und Erde. Skizzen von den Wechselbeziehungen zwischen beiden. Von weil. Prof. Dr. A. Kirchhoff. 3. Aufl. (Bd. 31.)

Die Eiszeit und der vorgeschichtliche Mensch. Von Prof. Dr. G. Steinmann. Mit 24 Abb. (Bd. 302.)

Die Polarforschung. Geschichte der Entdeckungsreisen zum Nord- und Südpol von den ältesten Zeiten bis zur Gegenwart. Von Prof. Dr. K. Hassert. 2. Aufl. Mit 6 Karten. (Bd. 38.)

Die Städte. Geographisch betrachtet. Von Prof. Dr. K. Hassert. Mit 21 Abb. (Bd. 163.)

Wirtschaftl. Erdkunde. Von weil. Prof. Dr. Chr. Gruber. 2. Aufl. Bearbeitet von Prof. Dr. K. Dove. (Bd. 122.)

Politische Geographie. Von Dr. E. Schöne. (Bd. 353.)

Die deutschen Volksstämme und Landschaften. Von Prof. Dr. O. Weise. 3. Aufl. Mit 29 Abb. (Bd. 16.)

Ostseegebiet. Von Privatdozent Dr. G. Braun (Bd. 367.)

Die Alpen. Von H. Reishauer. Mit 26 Abb. u. 2 Karten. (Bd. 276.)

Die deutschen Kolonien. (Land und Leute.) Von Dr. A. Heilborn. 2. Aufl. Mit 26 Abb. u. 2 Karten. (Bd. 98.)

Unsere Schutzgebiete nach ihren wirtschaftlichen Verhältnissen. Im Lichte der Erdkunde dargestellt. Von Dr. Chr. G. Barth. (Bd. 290.)

Australien und Neuseeland. Land, Leute und Wirtschaft. Von Prof. Dr. R. Schachner. (Bd. 366.)

Der Orient. Eine Länderkunde. Von E. Banse. 3 Bde. Mit zahlr. Abb. u. Karten. (Bd. 277. 278. 279.) Band I: Die Atlasländer. Marokko, Algerien, Tunesien. Mit 15 Abb., 10 Kartenskizzen, 3 Diagr. u. 1 Tafel. (Bd. 277.) Band II: Der arabische Orient. Mit 29 Abb. u. 7 Diagr. (Bd. 278.) Band III: Der arische Orient. Mit 34 Abb., 3 Kartenskizzen u. 2 Diagr. (Bd. 279.)

Anthropologie. Heilwissenschaft und Gesundheitslehre.

Der Mensch der Urzeit. Vier Vorlesungen aus der Entwicklungsgeschichte des Menschengeschlechts. Von Dr. A. Heilborn. 2. Aufl. Mit zahlr. Abb. (Bd. 62.)

Die moderne Heilwissenschaft. Wesen und Grenzen des ärztlichen Wissens. Von Dr. E. Biernacki. Deutsch von Dr. S. Ebel. (Bd. 25.)

Der Arzt. Seine Stellung und Aufgaben im Kulturleben der Gegenwart. Ein Leitfaden der sozialen Medizin. Von Dr. med. M. Fürst. (Bd. 265.)

Der Aberglaube in der Medizin und seine Gefahr für Gesundheit und Leben. Von Prof. Dr. D. von Hansemann. (Bd. 83.)

Arzneimittel und Genußmittel. Von Prof. Dr. O. Schmiedeberg. (Bd. 363.)

Bau und Tätigkeit des menschlichen Körpers. Von Prof. Dr. H. Sachs. 3. Aufl. Mit 37 Abb. (Bd. 32.)

Die Anatomie des Menschen. Von Prof. Dr. K. v. Bardeleben. 5 Bde. Mit zahlr. Abb. (Bd. 201. 202. 203. 204. 263.) I. Teil: Allg. Anatomie und Entwicklungsgeschichte. Mit 69 Abb. (Bd. 201.) II. Teil: Das Skelett. Mit 53 Abb. (Bd. 202.) III. Teil: Das Muskel- und Gefäßsystem. Mit 68 Abb. (Bd. 203.) IV. Teil: Die Eingeweide (Darm, Atmungs-, Harn- u. Geschlechtsorgane). Mit 38 Abb. (Bd. 204.) V. Teil: Statik und Mechanik des menschlichen Körpers. Mit 20 Abb. (Bd. 263.)

Moderne Chirurgie. Von Prof. Dr. Feßler. Mit Abb. (Bd. 339.)

Acht Vorträge aus der Gesundheitslehre. Von weil. Prof. Dr. H. Buchner. 3. Aufl., besorgt von Prof. Dr. M. v. Gruber. Mit 26 Abb. (Bd. 1.)

Herz, Blutgefäße und Blut und ihre Erkrankungen. Von Prof. Dr. H. Rosin. Mit 18 Abb. (Bd. 312.)

Das menschliche Gebiß, seine Erkrankung und Pflege. Von Zahnarzt Fr. Jäger. Mit 24 Abb. (Bd. 229.)

Aus Natur und Geisteswelt.

Jeder Band geheftet M. 1.—, in Leinwand gebunden M. 1.25.

Körperliche Verbildungen im Kindesalter und ihre Verhütung. Von Dr. M. David. Mit 26 Abb. (Bd. 321.)

Vom Nervensystem, seinem Bau und seiner Bedeutung für Leib und Seele in gesundem und krankem Zustande. Von Prof. Dr. R. Zander. 2. Aufl. Mit 27 Fig. (Bd. 48.)

Die fünf Sinne des Menschen. Von Prof. Dr. J. K. Kreibig. 2. Aufl. Mit 30 Abb. (Bd. 27.)

Das Auge des Menschen und seine Gesundheitspflege. Von Prof. Dr. med. G. Abelsdorff. Mit 15 Abb. (Bd. 149.)

Die menschliche Stimme und ihre Hygiene. Von Prof. Dr. P. H. Gerber. 2. Aufl. Mit 20 Abb. (Bd. 136.)

Die Geschlechtskrankheiten, ihr Wesen, ihre Verbreitung, Bekämpfung und Verhütung. Von Generalarzt Prof. Dr. W. Schumburg. Mit 4 Abb. und 1 Tafel. 2. Aufl. (Bd. 251.)

Die Tuberkulose, ihr Wesen, ihre Verbreitung, Ursache, Verhütung und Heilung. Von Generalarzt Prof. Dr. W. Schumburg. 2. Aufl. Mit 1 Tafel und 8 Figuren. (Bd. 47.)

Die krankheiterregenden Bakterien. Von Privatdoz. Dr. M. Loehlein. Mit 33 Abb. (Bd. 307.)

Geisteskrankheiten. Von Anstaltsoberarzt Dr. G. Ilberg. (Bd. 151.)

Krankenpflege. Von Chefarzt Dr. B. Leick. (Bd. 152.)

Gesundheitslehre für Frauen. Von weil. Privatdoz. Dr. R. Sticher. Mit 13 Abb. (Bd. 171.)

Der Säugling, seine Ernährung und seine Pflege. Von Dr. W. Kaupe. Mit 17 Abb. (Bd. 154.)

Der Alkoholismus. Von Dr. G. B. Gruber. Mit 7 Abb. (Bd. 103.)

Ernährung und Volksnahrungsmittel. Von weil. Prof. Dr. J. Frenzel. 2. Aufl. Neu bearb. von Geh. Rat Prof. Dr. N. Zuntz. Mit 7 Abb. u. 2 Tafeln. (Bd. 19.)

Die Leibesübungen und ihre Bedeutung für die Gesundheit. Von Prof. Dr. R. Zander. 3. Aufl. Mit 19 Abb. (Bd. 13.)

Naturwissenschaften. Mathematik.

Die Grundbegriffe der modernen Naturlehre. Von Prof. Dr. F. Auerbach. 3. Aufl. Mit 79 Fig. (Bd. 40.)

Die Lehre von der Energie. Von Dr. A. Stein. Mit 13 Fig. (Bd. 257.)

Moleküle — Atome — Weltäther. Von Prof. Dr. G. Mie. 3. Aufl. Mit 27 Fig. (Bd. 58.)

Die großen Physiker und ihre Leistungen. Von Prof. Dr. F. A. Schulze. Mit 7 Abb. (Bd. 324.)

Werdegang der modernen Physik. Von Dr. H. Keller. (Bd. 343.)

Das Licht und die Farben. Von Prof. Dr. L. Graetz. 3. Aufl. Mit 117 Abb. (Bd. 17.)

Sichtbare und unsichtbare Strahlen. Von Prof. Dr. R. Börnstein u. Prof. Dr. W. Marckwald. 2. Aufl. Mit 85 Abb. (Bd. 64.)

Die optischen Instrumente. Von Dr. M. v. Rohr. 2. Aufl. Mit 84 Abb. (Bd. 88.)

Spektroskopie. Von Dr. L. Grebe. Mit 62 Abb. (Bd. 284.)

Das Mikroskop, seine Optik, Geschichte und Anwendung. Von Dr. W. Scheffer. Mit 66 Abb. (Bd. 35.)

Das Stereoskop und seine Anwendungen. Von Prof. Th. Hartwig. Mit 40 Abb. u. 19 Taf. (Bd. 135.)

Die Lehre von der Wärme. Von Prof. Dr. R. Börnstein. Mit 33 Abb. (Bd. 172.)

Die Kälte, ihr Wesen, ihre Erzeugung und Verwertung. Von Dr. H. Alt. Mit 45 Abb. (Bd. 311.)

Luft, Wasser, Licht und Wärme. Neun Vorträge aus dem Gebiete der Experimental-Chemie. Von Prof. Dr. R. Blochmann. 3. Aufl. Mit 115 Abb. (Bd. 5.)

Das Wasser. Von Privatdoz. Dr. O. Anselmino. Mit 44 Abb. (Bd. 291.)

Natürliche und künstliche Pflanzen- und Tierstoffe. Von Dr. B. Bavink. Mit 7 Fig. (Bd. 187.)

Die Erscheinungen des Lebens. Von Prof. Dr. H. Miehe. Mit 40 Fig. (Bd. 130.)

Abstammungslehre und Darwinismus. Von Prof. Dr. R. Hesse. 3. Aufl. Mit 37 Fig. (Fig. 39.)

Experimentelle Biologie. Von Dr. C. Theling. Mit Abb. 2 Bde. Band I: Experimentelle Zellforschung. (Bd. 336.) Band II: Regeneration, Selbstverstümmelung und Transplantation. (Bd. 337.)

Einführung in die Biochemie. Von Prof. Dr. W. Löb. (Bd. 352.)

Der Befruchtungsvorgang, sein Wesen und seine Bedeutung. Von Dr. E. Teichmann. Mit 7 Abb. u. 4 Doppeltaf. (Bd. 70.)

Das Werden und Vergehen der Pflanzen. Von Prof. Dr. P. Gisevius. Mit 24 Abb. (Bd. 173.)

Vermehrung und Sexualität bei den Pflanzen. Von Prof. Dr. E. Küster. Mit 38 Abb. (Bd. 112.)

Unsere wichtigsten Kulturpflanzen (die Getreidegräser). Von Prof. Dr. K. Giesenhagen. 2. Aufl. Mit 38 Fig. (Bd. 10.)

Die fleischfressenden Pflanzen. Von Dr. A. Wagner. Mit Abb. (Bd. 344.)

Der deutsche Wald. Von Prof. Dr. H. Hausrath. Mit 15 Abb. u. 2 Karten. (Bd. 153.)

Die Pilze. Von Dr. A. Eichinger. Mit 54 Abb. (Bd. 334.)

Weinbau und Weinbereitung. Von Dr. F. Schmitthenner. (Bd. 332.)

Der Obstbau. Von Dr. E. Voges. Mit 13 Abb. (Bd. 107.)

Unsere Blumen und Pflanzen im Zimmer. Von Prof. Dr. U. Dammer. (Bd. 359.)

Unsere Blumen und Pflanzen im Garten. Von Prof. Dr. U. Dammer. (Bd. 360.)

Kolonialbotanik. Von Prof. Dr. F. Tobler. Mit 21 Abb. (Bd. 184.)

Kaffee, Tee, Kakao und die übrigen narkotischen Getränke. Von Prof. Dr. A. Wieler. Mit 24 Abb. u. 1 Karte. (Bd. 132.)

Die Milch und ihre Produkte. Von Dr. A. Reitz (Bd. 362.)

Die Pflanzenwelt des Mikroskops. Von Bürgerschullehrer E. Reukauf. Mit 100 Abb. (Bd. 181.)

Die Tierwelt des Mikroskops (die Urtiere). Von Prof. Dr. R. Gotdschmidt. Mit 39 Abb. (Bd. 160.)

Die Beziehungen der Tiere zueinander und zur Pflanzenwelt. Von Prof. Dr. K. Kraepelin. (Bd. 79.)

Der Kampf zwischen Mensch und Tier. Von Prof. Dr. K. Eckstein. 2. Aufl. Mit 51 Fig. (Bd. 18.)

Tierkunde. Eine Einführung in die Zoologie. Von weil. Privatdoz. Dr. K. Hennings. Mit 34 Abb. (Bd. 142.)

Vergleichende Anatomie der Sinnesorgane der Wirbeltiere. Von Prof. Dr. W. Lubosch. Mit 107 Abb. (Bd. 282.)

Die Stammesgeschichte unserer Haustiere. Von Prof. Dr. C. Keller. Mit 28 Fig. (Bd. 252.)

Die Fortpflanzung der Tiere. Von Prof. Dr. R. Goldschmidt. Mit 77 Abb. (Bd. 253.)

Deutsches Vogelleben. Von Prof. Dr. A. Voigt. (Bd. 221.)

Vogelzug und Vogelschutz. Von Dr. W. R. Eckardt. Mit 6 Abb. (Bd. 218.)

Korallen und andere gesteinbildende Tiere. Von Prof. Dr. W. May. Mit 455 Abb. (Bd. 231.)

Lebensbedingungen und Verbreitung der Tiere. Von Prof. Dr. O. Maas. Mit 11 Karten u. Abb. (Bd. 139.)

Die Bakterien. Von Prof. Dr. E. Gutzeit. Mit 13 Abb. (Bd. 233.)

Die Welt der Organismen. In Entwicklung und Zusammenhang dargestellt. Von Prof. Dr. K. Lampert. Mit 52 Abb. (Bd. 236.)

Zwiegestalt der Geschlechter in der Tierwelt (Dimorphismus). Von Dr. Fr. Knauer. Mit 37 Fig. (Bd. 148.)

Die Ameisen. Von Dr. Fr. Knauer. Mit 61 Fig. (Bd. 94.)

Das Süßwasser-Plankton. Von Prof. Dr. O. Zacharias. 2. Aufl. Mit 49 Abb. (Bd. 156.)

Meeresforschung und Meeresleben. Von Dr. O. Janson. 2. Aufl. Mit 41 Fig. (Bd. 30.)

Das Aquarium. Von E. W. Schmidt. Mit 15 Fig. (Bd. 335.)

Wind und Wetter. Von Prof. Dr. L. Weber. 2. Aufl. Mit 28 Fig. u. 3 Tafeln. (Bd. 55.)

Gut und schlecht Wetter. Von Dr. R. Hennig. (Bd. 349.)

Der Kalender. Von Prof. Dr. W. F. Wislicenus. (Bd. 69.)

Der Bau des Weltalls. Von Prof. Dr. J. Scheiner. 3. Aufl. Mit 26 Fig. (Bd. 24.)

Entstehung der Welt und der Erde nach Sage und Wissenschaft. Von Prof. Dr. B. Weinstein. (Bd. 223.)

Aus der Vorzeit der Erde. Von Prof. Dr. Fr. Frech. In 6 Bdn. 2. Aufl. Mit zahlr. Abbildungen. (Bd. 207—211, 61.) Band I: Vulkane einst und jetzt. Mit 80 Abb. (Bd. 207.) Band II: Gebirgsbau und Erdbeben. Mit 57 Abb. (Bd. 208.) Band III: Die Arbeit des fließenden Wassers. Mit 51 Abb. (Bd. 209.) Band IV: Die Arbeit des Ozeans und die chemische Tätigkeit des Wassers im allgemeinen. Mit 1 Titelbild und 51 Abb. (Bd. 210.) Band V: Kohlenbildung und Klima der Vorzeit. (Bd. 211.) Band VI: Gletscher und Hochgebirge. 2. Aufl. (Bd. 61.)

Das astronomische Weltbild im Wandel der Zeit. Von Prof. Dr. S. Oppenheim. Mit 24 Abb. (Bd. 110.)

Probleme der modernen Astronomie. Von Prof. Dr. S. Oppenheim. (Bd. 355.)

Die Sonne. Von Dr. A. Krause. Mit zahlreichen Abb. (Bd. 357.)

Der Mond. Von Prof. Dr. J. Franz. Mit 31 Abb. (Bd. 90.)

Die Planeten. Von Prof. Dr. B. Peter. Mit 18 Fig. (Bd. 240.)

Arithmetik und Algebra zum Selbstunterricht. Von Prof. Dr. P. Crantz. In 2 Bdn. Mit zahlr. Fig. (Bd. 120. 205.)
I. Teil: Die Rechnungsarten. Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. Gleichungen zweiten Grades. 2. Aufl. Mit 9 Fig. (Bd. 120.) II. Teil: Gleichungen. Arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszins- und Rentenrechnung. Komplexe Zahlen. Binomischer Lehrsatz. 2. Aufl. Mit 21 Fig. (Bd. 205.)

Praktische Mathematik. Von Dr. R. Neuendorff. Mit 69 Fig. (Bd. 341.)

Planimetrie zum Selbstunterricht. Von Prof. Dr. P. Crantz. Mit 99 Fig. (Bd. 340.)

Einführung in die Infinitesimalrechnung mit einer historischen Übersicht. Von Prof. Dr. G. Kowalewski. Mit 18 Fig. (Bd. 197.)

Mathematische Spiele. Von Dr. W. Ahrens. 2. Aufl. Mit 70 Fig. (Bd. 170.)

Das Schachspiel und seine strategischen Prinzipien. Von Dr. M. Lange. Mit den Bildnissen E. Laskers und P. Morphys, 1 Schachbrettafel und 43 Darst. von Übungsspielen. (Bd. 281.)

Angewandte Naturwissenschaft. Technik.

Am sausenden Webstuhl der Zeit. Von Prof. Dr. W. Launhardt. 3. Aufl. Mit 16 Abb. (Bd. 23.)

Bilder aus der Ingenieurtechnik. Von Baurat K. Merckel. Mit 43 Abb. (Bd. 60.)

Schöpfungen der Ingenieurtechnik der Neuzeit. Von Baurat K. Merckel. 2. Aufl. Mit 55 Abb. (Bd. 28.)

Die Handfeuerwaffen. Ihre Entwicklung und Technik. Von Hauptmann R. Weiß. (Bd. 364.)

Der Eisenbetonbau. Von Dipl.-Ing. E. Haimovici. Mit 81 Abb. (Bd. 275.)

Das Eisenhüttenwesen. Von Geh. Bergrat Prof. Dr. H. Wedding. 3. Aufl. Mit 15 Fig. (Bd. 20.)

Die Metalle. Von Prof. Dr. K. Scheid. 2. Aufl. Mit 16 Abb. (Bd. 29.)

Mechanik. Von Kais. Geh. Reg.-Rat A. v. Ihering. 3 Bde. (Bd. 303/305.)
Band I: Die Mechanik der festen Körper. Mit 61 Abb. (Bd. 303.) Band II: Die Mechanik der flüssigen Körper. (In Vorb.) (Bd. 304.) Band III: Die Mechanik der gasförmigen Körper. (In Vorb.) (Bd. 305.)

Maschinenelemente. Von Prof. R. Vater. Mit 184 Abb. (Bd. 301.)

Hebezeuge. Das Heben fester, flüssiger und luftförmiger Körper. Von Prof. R. Vater. Mit 67 Abb. (Bd. 196.)

Dampf und Dampfmaschine. Von Prof. R. Vater. 2. Aufl. Mit 45 Abb. (Bd. 63.)

Einführung in die Theorie und den Bau der neueren Wärmekraftmaschinen (Gasmaschinen). Von Prof. R. Vater. 3. Aufl. Mit 33 Abb. (Bd. 21.)

Neuere Fortschritte auf dem Gebiete der Wärmekraftmaschinen. Von Prof. R. Vater. 2. Aufl. Mit 48 Abb. (Bd. 86.)

Die Wasserkraftmaschinen und die Ausnützung der Wasserkräfte. Von Kais. Geh. Reg.-Rat A. v. Ihering. Mit 73 Fig. (Bd. 228.)

Landwirtsch. Maschinenkunde. Von Prof. Dr. G. Fischer. Mit 62 Abb. (Bd. 316.)

Die Spinnerei. Von Dir. Prof. M. Lehmann. Mit Abb. (Bd. 338.)

Die Eisenbahnen, ihre Entstehung und gegenwärtige Verbreitung. Von Prof. Dr. Fr. Hahn. Mit zahlr. Abb. (Bd. 71.)

Die technische Entwicklung der Eisenbahnen der Gegenwart. Von Eisenbahnbau- u. Betriebsinsp. E. Biedermann. Mit 50 Abb. (Bd. 144.)

Die Klein- und Straßenbahnen. Von Oberingenieur a. D. A. Liebmann. Mit 85 Abb. (Bd. 322.)

Das Automobil. Eine Einführung in Bau und Betrieb des modernen Kraftwagens. Von Ing. K. Blau. 2. Aufl. Mit 83 Abb. (Bd. 166.)

Grundlagen der Elektrotechnik. Von Dr. R. Blochmann. Mit 128 Abb. (Bd. 168.)

Die Telegraphen- und Fernsprechtechnik in ihrer Entwicklung. Von Telegrapheninspektor H. Brick. Mit 58 Abb. (Bd. 235.)

Drähte und Kabel, ihre Anfertigung und Anwendung in der Elektrotechnik. Von Telegrapheninspektor H. Brick. Mit 43 Abb. (Bd. 285.)

Die Funkentelegraphie. Von Oberpostpraktikant H. Thurn. Mit 53 Illustr. (Bd. 167.)

Nautik. Von Dir. Dr. J. Möller. Mit 58 Fig. (Bd. 255.)

Die Luftschiffahrt, ihre wissenschaftlichen Grundlagen und ihre technische Entwicklung. Von Dr. R. Nimführ. 2. Aufl. Mit 42 Abb. (Bd. 300.)

Die Beleuchtungsarten der Gegenwart. Von Dr. W. Brüsch. Mit 155 Abb. (Bd. 108.)

Heizung und Lüftung. Von Ingenieur J. E. Mayer. Mit 40 Abb. (Bd. 241.)

Industrielle Feuerungsanlagen und Dampfkessel. Von Ingenieur F. E. Mayer. (Bd. 348.)

Die Uhr. Von Reg.-Bauführer a. D. H. Bock. Mit 47 Abb. (Bd. 216.)

Wie ein Buch entsteht. Von Prof. A. W. Unger. 2. Aufl. Mit 7 Taf. u. 26 Abb. (Bd. 175.)

Einführung in die chemische Wissenschaft. Von Prof. Dr. W. Löb. Mit 16 Fig. (Bd. 264.)

Bilder aus der chemischen Technik. Von Dr. A. Müller. Mit 24 Abb. (Bd. 191.)

Der Luftstickstoff und seine Verwertung. Von Prof. Dr. K. Kaiser. Mit 13 Abb. (Bd. 313.)

Agrikulturchemie. Von Dr. P. Krische. Mit 21 Abb. (Bd. 314.)

Die Bierbrauerei. Von Dr. A. Bau. Mit 47 Abb. (Bd. 333.)

Chemie und Technologie der Sprengstoffe. Von Prof. Dr. R. Biedermann. Mit 15 Fig. (Bd. 286.)

Photochemie. Von Prof. Dr. G. Kümmell. Mit 23 Abb. (Bd. 227.)

Die Kinematographie. Von Dr H. Lehmann. (Bd. 358.)

Elektrochemie. Von Prof. Dr. K. Arndt. Mit 38 Abb. (Bd. 234.)

Die Naturwissenschaften im Haushalt. Von Dr. J. Bongardt. 2 Bde. Mit zahlr. Abb. (Bd. 125. 126.)
I. Teil: Wie sorgt die Hausfrau für die Gesundheit der Familie? Mit 31 Abb. (Bd. 125.) II. Teil: Wie sorgt die Hausfrau für gute Nahrung? Mit 17 Abb. (Bd. 126.)

Chemie in Küche und Haus. Von weil. Prof. Dr. G. Abel. 2. Aufl. von Dr. J. Klein. Mit 1 Doppeltafel. (Bd. 76.)

Die Kultur der Gegenwart
ihre Entwicklung und ihre Ziele

Herausgegeben von Professor **Paul Hinneberg**

Von Teil I und II sind erschienen:

Teil I, Abt. I: **Die allgemeinen Grundlagen der Kultur der Gegenwart.** Bearb. von W. Lexis, Fr. Paulsen, G. Schöppa, G. Kerschensteiner, A. Matthias, H. Gaudig, W. v. Dyck, E. Paltat, K. Kraepelin, J. Lessing, O. N. Witt, P. Schlenther, G. Göhler, K. Bücher, R. Pietschmann, F. Milkau, H. Diels. (XV u. 671 S.) Lex. 8. 1906. [2. Aufl. u. d. Pr.] Geh. M. 16.—, in Leinw. geb. M. 18.—

„Die berufensten Fachleute reden über ihr Spezialgebiet in künstlerisch so hochstehender, dabei dem Denkenden so leicht zugehender Sprache, zudem mit einer solchen Konzentration der Gedanken, daß Seite für Seite nicht nur hohen künstlerischen Genuß verschafft, sondern einen Einblick in die Einzelgebiete verstattet, der an Intensität kaum von einem anderen Werke übertroffen werden könnte." **(Nationalzeitung, Basel.)**

Teil I, Abt. 3, 1: **Die orientalischen Religionen.** Bearb. von: E. Lehmann. A. Erman, C. Bezold, H. Oldenberg, J. Goldziher, A. Grünwedel, J. J. M. de Groot, K. Florenz, H. Haas, (VII u. 267 S.) Lex.-8. 1906. Geh. M. 7.—, in Leinwand geb. M. 9.—.

„Auch dieser Band des gelehrten Werkes ist zu inhaltvoll und zu vielseitig, um auf kurzem Raum gewürdigt werden zu können. Auch er kommt den Interessen des bildungsbedürftigen Publikums und der Gelehrtenwelt in gleichem Maße entgegen.... Die Zahl und der Klang der Namen aller beteiligten Autoren bürgt dafür, daß ein jeder nur vom Besten das Beste zu geben bemüht war." **(Berliner Tageblatt.)**

Teil I, Abt. 4, 1: **Geschichte der christlichen Religion.** Mit Einleitung: Die israelitisch-jüdische Religion. Bearbeitet von: J. Wellhausen, A. Jülicher, A. Harnack, N. Bonwetsch, K. Müller, A. Ehrhard, E. Troeltsch. 2., stark vermehrte und verbesserte Auflage. (X u. 792 S.) Lex.-8. 1909. Geh. M. 18.—, in Leinwand geb. M. 20.—

Die Kultur der Gegenwart

Teil I, Abt. 4, II: **Systematische christliche Religion.** Bearbeitet von E. Troeltsch, J. Pohle, J. Mausbach, C. Kriegs, W. Herrmann, R. Seeberg, W. Faber, H. J. Holtzmann. 2., verb. Auflage. (VIII u. 279 S.) Lex.-8. 1909. Geh. M. 6.60, in Leinwand geb. M. 8.—

„... Die Arbeiten des ersten Teiles sind sämtlich, dafür bürgt schon der Name der Verfasser, ersten Ranges. Am meisten Aufsehen zu machen verspricht Troeltsch, Aufriß der Geschichte des Protestantismus und seiner Bedeutung für die moderne Kultur. ... Alles in allem, der vorliegende Band legt Zeugnis ab dafür, welche bedeutende Rolle für die Kultur der Gegenwart Christentum und Religion spielen." (Zeitschr. f. Kirchengeschichte.)

Teil I, Abt. 5: **Allgemeine Geschichte der Philosophie.** Bearbeitet v.: W. Wundt, H. Oldenberg, J. Goldziher, W. Grube, T. Jnouye, H. v. Arnim, Cl. Baeumker, W. Windelband. (VIII u. 572 S.) Lex.-8. 1909. Geh. M. 12.—, in Leinw. geb. M. 14.—.

„... Man wird nicht leicht ein Buch finden, das, wie die ‚Allgemeine Geschichte der Philosophie' von einem gleich hohen überblickenden und umfassenden Standpunkt aus, mit gleicher Klarheit und Tiefe und dabei in fesselnder Darstellung eine Geschichte der Philosophie von ihren Anfängen bei den primitiven Völkern bis in die Gegenwart und damit eine Geschichte des geistigen Lebens überhaupt gibt." (Zeitschrift f. lateinl. höh. Schulen.)

Teil I, Abt. 6: **Systematische Philosophie.** Bearbeitet von: W. Dilthey, A. Richl, W. Wundt, W. Ostwald, H. Ebbinghaus, R. Eucken, Fr. Paulsen, W. Münch, Th. Lipps. 2. Aufl. (X u. 435 S.) Lex. 8. 1908. Geh. M. 10.—, in Leinwand geb. M. 12.—

„Hinter dem Rücken jedes der philosophischen Forscher steht Kant, wie er die Welt in ihrer Totalität dachte und erlebte; der „neukantische", rationalisierte Kant scheint in den Hintergrund treten zu wollen, und in manchen Köpfen geht bereits das Licht des gesamten Weltlebens aus." (Archiv für systematische Philosophie.)

Um es gleich vorweg zu sagen: Von philosophischen Büchern, die sich einem außerhalb der engen Fachkreise stehenden Publikum anbieten, wüßte ich nichts besseres zu nennen als diese Systematische Philosophie." (Pädagogische Zeitung.)

Teil I, Abt. 7: **Die orientalischen Literaturen.** Bearbeitet von: E. Schmidt, A. Erman, C. Bezold, H. Gunkel, Th. Nöldeke, M. J. de Goeje, R. Pischel, K. Geldner, P. Horn, F. N. Finck, W. Grube, K. Florenz. (IX u. 419 S.) Lex. 8. 1906. Geh. M. 10.—, in Leinw. geb. M. 12.—

„... So bildet dieser Band durch die Klarheit und Übersichtlichkeit der Anlage, Knappheit der Darstellung, Schönheit der Sprache ein in hohem Grade geeignetes Hilfsmittel zur Einführung in das Schrifttum der östlichen Völker, die gerade in den letzten Jahrzehnten unser Interesse auf sich gelenkt haben." (Leipziger Zeitung.)

Teil I, Abt. 8: **Die griechische und lateinische Literatur und Sprache.** Bearbeitet von: U. v. Wilamowitz-Moellendorff, K. Krumbacher. J. Wackernagel, Fr. Leo, E. Norden, F. Skutsch. 3. Auflage. (VIII u. ca. 500 S.) Lex. 8. 1911. Geh. ca. M. 10.—, in Leinwand geb. ca. M. 12.—

„Das sei allen sechs Beiträgen nachgerühmt, daß sie sich dem Zwecke des Gesamtwerkes in geradezu bewundernswerter Weise angepaßt haben: immer wieder wird des Lesers Blick auf die großen Zusammenhänge hingelenkt, die zwischen der klassischen Literatur und Sprache und unserer Kultur bestehen." (Byzantinische Zeitschrift.)

Teil I, Abt. 9: **Die osteuropäischen Literaturen** und die slawischen Sprachen. Bearbeitet von: V. v. Jagić, A. Wesselovsky, A. Brückner, J. Máchal, M. Murko, A. Thumb, Fr. Riedl, E. Setälä, G. Suits, A. Bezzenberger, E. Wolter. (VIII u. 396 S.) Lex. 8. 1908. Geh. M. 10.—, in Leinwand geb. M. 12.—

„... Eingeleitet wird der Band mit einer ausgezeichneten Arbeit von Jagićs über ‚Die slawischen Sprachen'. Für den keiner slawischen Sprache kundigen Leser ist diese Einführung sehr wichtig. Ihr folgt eine Monographie der russischen Literatur aus der Feder des geistvollen Wesselovsky. Die südslawischen Literaturen von Murko sind hier in deutscher Sprache wohl erstmals zusammenfassend behandelt worden. Mit Wolters Abriß der lettischen Literatur schließt der verdienstvolle Band, der jedem unentbehrlich sein wird, der sich mit dem einschlägigen Schrifttum bekannt machen will." (Berliner Lokal-Anzeiger.)

Die Kultur der Gegenwart

Teil I, Abt. II, 1: **Die romanischen Literaturen und Sprachen** mit Einschluß des Keltischen. Bearbeitet von: H. Zimmer, K. Meyer, L. Chr. Stern, H. Morf, W. Meyer-Lübke. (VIII u. 499 S.) Lex.-8. 1909. Geh. M. 12.—, in Leinw. geb. M. 14.—

„Auch ein kühler Beurteiler wird diese Arbeit als ein Ereignis bezeichnen.... Die Darstellung ist derart durchgearbeitet, daß sie in vielen Fällen auch der wissenschaftlichen Forschung als Grundlage dienen kann." (Jahrbuch für Zeit- u. Kulturgeschichte.)

Teil II, Abt. 2, 1: **Allgem. Verfassungs-u. Verwaltungsgeschichte.** I. Hälfte. Bearb. v.: A. Vierkandt, L. Wenger, M. Hartmann, O. Franke, K. Rathgen, A. Luschin v. Ebengreuth. (VII u. 373 S.) Lex. 8. 1911. Geh. M. 10.—, in Leinw. geb. M. 11.—

Dieser Band behandelt, dem Charakter des Gesamtwerkes entsprechend, in großzügiger Darstellung aus der Feder der berufensten Fachleute die allgemein historisch und kulturgeschichtlich wichtigen Tatsachen der Verfassungs- und Verwaltungsgeschichte und führt einerseits von den Anfängen bei den primitiven Völkern und den Völkern des orientalischen Altertums über die islamischen Staaten bis zu den modernen Verhältnissen in China und Japan, andererseits vom europäischen Altertum und den Germanen bis zum Untergang des römischen Reiches deutscher Nation.

Teil II, Abt. 3: **Staat und Gesellschaft des Orients.** Bearbeitet von A. Vierkandt, G. Maspero, M. Hartmann, O. Franke, K. Rathgen. [Unter der Presse.]

Teil II, Abt. 4, 1: **Staat und Gesellschaft der Griechen u. Römer.** Bearbeitet von: U. v. Wilamowitz-Moellendorff, B. Niese. (VI u. 280 S.) Lex.-8. 1910. Geh. M. 8.—, In Leinwand geb. M. 10.—

„Ich habe noch keine Schrift von Wilamowitz gelesen, die im prinzipiellen den Leser so selten zum Widerspruch herausforderte wie diese. Dabei eine grandiose Arbeitsleistung und des Neuen und Geistreichen sehr vieles.... Neben dem glänzenden Stil von Wilamowitz hat die schlichte Darstellung der Römerwelt durch B. Niese einen schweren Stand, den sie aber ehrenvoll behauptet...." (Südwestdeutsche Schulblätter.)

Teil II, Abt. 5, 1: **Staat und Gesellschaft der neueren Zeit** (bis zur französischen Revolution). Bearbeitet von F. v. Bezold, E. Gothein, R. Koser. (VI u. 349 S.) Lex.-8. 1908. Geheftet M. 9.—, in Leinwand geb. M. 11.—

„Wenn drei Historiker von solchem Range wie Bezold, Gothein und Koser sich dergestalt, daß jeder sein eigenstes Spezialgebiet bearbeitet, in die Behandlung eines Themas teilen, dürfen wir sicher sein, daß das Ergebnis vortrefflich ist. Dieser Band rechtfertigt solche Erwartung." (Literarisches Zentralblatt.)

Teil II, Abt. 8: **Systematische Rechtswissenschaft.** Bearbeitet von: R. Stammler, R. Sohm, K. Gareis, V. Ehrenberg, L. v. Bar, L. Seuffert, F. v. Liszt, W. Kahl, P. Laband, G. Anschütz, E. Bernatzik, F. v. Martitz. (X, LX u. 526 S.) Lex.-8. 1906. Geheftet M. 14.—, in Leinwand geb. M. 16.—

„... Es ist jedem Gebildeten, welcher das Bedürfnis empfindet, sich zusammenfassend über den gegenwärtigen Stand unserer Rechtswissenschaft im Verhältnis zur gesamten Kultur zu orientieren, die Anschaffung des Werkes warm zu empfehlen." (Blätt. f. Genossenschaftsw.)

Teil II, Abt. 10, 1: **Allgemeine Volkswirtschaftslehre.** Von W. Lexis. (VI u. 259 S.) Lex.-8. 1910. Geh. M. 7.—, in Leinwand geb. M. 9.—

„... Ausgezeichnet durch Klarheit und Kürze der Definitionen, wird die ‚Allgemeine Volkswirtschaftslehre' von Lexis sicher zu einem der beliebtesten Einführungsbücher in die Volkswirtschaftslehre werden. Eine zum selbständigen Studium der Volkswirtschaftstheorie völlig ausreichende, den Leser zum starken Nachdenken anregende Schrift. ... Das Werk können wir allen volkswirtschaftlich-theoretisch interessierten Lesern warm empfehlen." (Zeitschrift des Vereins der Deutschen Zucker-Industrie.)

Probeheft und Sonderprospekte umsonst und postfrei vom Verlag B. G. Teubner in Leipzig.

Schaffen und Schauen

Zweite Auflage **Ein Führer ins Leben** Zweite Auflage

1. Band: **Von deutscher Art und Arbeit**

2. Band: **Des Menschen Sein und Werden**

Unter Mitwirkung von

R. Bürkner · J. Cohn · H. Dade · R. Deutsch · A. Dominicus · K. Dove · E. Fuchs · P. Klopfer · E. Koerber · O. Lyon · E. Maier · Gustav Maier · E. v. Maltzahn † A. v. Reinhardt · F. A. Schmidt · O. Schnabel · G. Schwamborn · G. Steinhausen · E. Teichmann · A. Thimm · E. Wentscher · A. Witting · G. Wolff · Th. Zielinski · Mit 8 allegorischen Zeichnungen von Alois Kolb

Jeder Band in Leinwand gebunden M. 5.—

Nach übereinstimmendem Urteile von Männern des öffentlichen Lebens und der Schule, von Zeitungen und Zeitschriften der verschiedensten Richtungen löst „Schaffen und Schauen" in erfolgreichster Weise die Aufgabe, die deutsche Jugend in die Wirklichkeit des Lebens einzuführen und sie doch in idealem Lichte sehen zu lehren.

Bei der Wahl des Berufes hat sich „Schaffen und Schauen" als ein weitblickender Berater bewährt, der einen Überblick gewinnen läßt über all die Kräfte, die das Leben unseres Volkes und des Einzelnen in Staat, Wirtschaft und Technik, in Wissenschaft, Weltanschauung und Kunst bestimmen.

Zu tüchtigen Bürgern unsere gebildete deutsche Jugend werden zu lassen, kann „Schaffen und Schauen" helfen, weil es nicht Kenntnis der Formen, sondern Einblick in das Wesen und Einsicht in die inneren Zusammenhänge unseres nationalen Lebens gibt und zeigt, wie mit ihm das Leben des einzelnen aufs engste verflochten ist.

Im ersten Bande werden das deutsche Land als Boden deutscher Kultur, das deutsche Volk in seiner Eigenart, das Deutsche Reich in seinem Werden, die deutsche Volkswirtschaft nach ihren Grundlagen und in ihren wichtigsten Zweigen, der Staat und seine Aufgaben, für Wehr und Recht, für Bildung wie für Förderung und Ordnung des sozialen Lebens zu sorgen, die bedeutsamsten wirtschaftspolitischen Fragen und die wesentlichsten staatsbürgerlichen Bestrebungen, endlich die wichtigsten Berufsarten behandelt.

Im zweiten Bande werden erörtert die Stellung des Menschen in der Natur, die Grunddedingungen und Äußerungen seines leiblichen und seines geistigen Daseins, das Werden unserer geistigen Kultur, Wesen und Aufgaben der wissenschaftlichen Forschung im allgemeinen wie der Geistes- und Naturwissenschaften im besonderen, die Bedeutung der Philosophie, Religion und Kunst als Erfüllung tiefwurzelnder menschlicher Lebensbedürfnisse und endlich zusammenfassend die Gestaltung der Lebensführung auf den in dem Werke dargestellten Grundlagen.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Dr. R. Hesse und **Dr. F. Doflein**
Professor an der Landwirtschaftlichen Hochschule in Berlin — Professor a. d. Universität u. ii. Direktor der Zoolog. Staatssammlung München

Tierbau und Tierleben

in ihrem Zusammenhang betrachtet

2 Bände. Lex.-8.

Mit Abbildungen und Tafeln in Schwarz-, Bunt- und Lichtdruck.

In Original-Ganzleinen geb. je M. 20.—,
in Original-Halbfranz je M. 22.—.

I. Band. **Der Tierkörper als selbständiger Organismus.** Von R. Hesse. Mit 480 Abbild. u. 15 Tafeln. [XVII u. 789 S.] 1910.

II. Band: **Das Tier als Glied des Naturganzen.** Von F. Doflein. [Erscheint im Frühjahr 1912.]

Aus den Besprechungen:

„... Das großangelegte und mit äußerster Gediegenheit gearbeitete Werk bringt uns endlich die längst zum Bedürfnis gewordene umfassende Darstellung des Tierreiches vom biologischen Standpunkte: die allseitige Darstellung des Zusammenhangs, welcher zwischen der Form eines Tieres und seiner Lebensweise, dem Bau eines Organs und seiner Tätigkeit besteht.... Exakte Wissenschaftlichkeit verbindet sich hier mit klarster Vortstellung und sachlicher Behandlung der angeschnittenen Probleme. Und mustergültig wie der Text sind auch die Illustrationen und die Ausstattung des Buches, das in Wahrheit ein ‚schönes' Werk ist." (Die Propyläen.)

„... Der erste Band von R. Hesse liegt vor, in prächtiger Ausstattung und mit so gediegenem Inhalt, daß wir dem Verfasser für die Bewältigung seiner schwierigen Aufgabe aufrichtig dankbar sind. Jeder Zoologe und jeder Freund der Tierwelt wird dieses Werk mit Vergnügen studieren, denn die moderne zoologische Literatur weist kein Werk auf, welches in dieser großzügigen Weise alle Seiten des tierischen Organismus so eingehend behandelt. Hesses Werk wird sich bald einen Ehrenplatz in jeder biologischen Bibliothek erobern." (L. Plate im Archiv f. Rassen- u. Gesellsch.-Biologie.)

„... War Brehms Tierleben die reichillustrierte Fibel, mit deren Hilfe das deutsche Volk das Buchstabieren im großen, lebendigen Buche der Natur erkennen sollte, so könnten wir das Hesse-Dofleinsche Werk eine naturwissenschaftliche Bibel nennen, ein Volkslehrbuch, das nicht nur gelesen, sondern Seite für Seite ernstlich studiert sein will." (Verh. K. K. zool. bot. Gesellschaft, Wien.)

„... Eine Zierde unserer naturwissenschaftlichen Literatur! Wir können das Werk seiner Originalität und seiner Vorzüge wegen nur warm empfehlen. Ganz besonders aber begrüßen wir sein Erscheinen auch im Interesse des naturgeschichtlichen Unterrichts. Mancher Lehrer ist in Verlegenheit, wo er sich das beste Material aus dem Gebiete der Tierkunde holen soll, da die Literatur immer mehr anschwillt. Hier bietet sich eine Fundgrube des dankbarsten und anregendsten Unterrichtsstoffes."
(Professor E. Keller in der Neuen Zürcher Zeitung.)

„Ein Werk, das freudiges Aufsehen erregen muß... Nicht im Sinne der landläufigen populär-wissenschaftlichen Bücher und Schriften, sondern wie ein Lehrer, der den Naturfreund ohne aufdringliche Gelehrsamkeit, aber doch in durchaus wissenschaftlichem Ernste behandelt, so wirkt Hesse in diesem Buch, das nicht warm genug empfohlen werden kann. Es wird mit seinen zahlreichen durchweg neuen Illustrationen, mit seinen vielen, auch den gebildeten Laien noch unbekannten Einzelforschungen und Aufschlüssen moderner Wissenschaft zu einem Buche werden müssen, das überall neben dem Brehm stehen soll."
(Hamburger Fremdenblatt.)

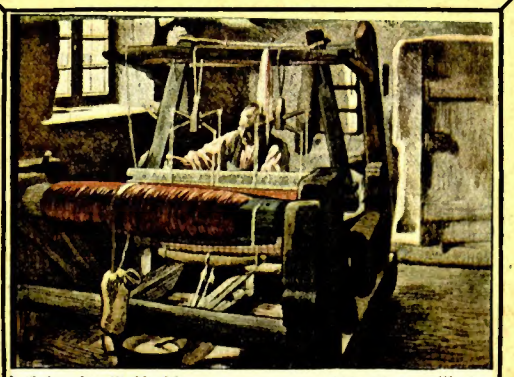
Ausführl. Prospekt vom Verlag B. G. Teubner in Leipzig.

Künstlerischer Wandschmuck für das deutsche Haus

B.G.Teubners farbige Künstler-Steinzeichnungen

(Original-Lithographien) entsprechen allein vollwertig Original-Gemälden. Keine Reproduktion kann ihnen gleichkommen an künstlerischem Wert. Sie bilden den schönsten Zimmerschmuck und behaupten sich in vornehm ausgestatteten Räumen ebensogut, wie sie das einfachste Wohnzimmer schmücken.

Die Sammlung enthält ca. 180 Blätter der bedeutendsten Künstler, wie: Karl Banzer, Karl Bauer, O. Bauriedl, F. Beckert, Artur Bendrat, Karl Biese, H. Eichrodt, Otto Fikentscher, Walter Georgi, Franz Hein, Franz Hoch, F. Hodler, F. Kallmorgen, Gustav Kampmann, Erich Kuithan, Otto Leiber, Ernst Liebermann, Emil Orlik, Maria Ortlieb, Sascha Schneider, W. Strich-Chapell, Hans von Volkmann, H. B. Wieland u. a.



F. Hein: Am Webstuhl. 100×70 cm. M. 6.—

Verkleinerte farbige Wiedergabe der Original-Lithographie.

„Von den Bilderunternehmungen der letzten Jahre, die der neuen ‚ästhetischen Bewegung' entsprungen sind, begrüßen wir eins mit ganz ungetrübter Freude: den ‚künstlerischen Wandschmuck für Schule und Haus', den die Firma B. G. Teubner in Leipzig herausgibt.... Wir haben hier wirklich einmal ein aus warmer Liebe zur guten Sache mit rechtem Verständnis in ehrlichem Bemühen geschaffenes Unternehmen vor uns — fördern wir es, ihm und uns zu Nutz, nach Kräften!"

(Kunstwart.)

Vollständiger Katalog der Künstler-Steinzeichnungen mit farbiger Wiedergabe von ca. 180 Blättern gegen Einsend. von 30 Pf. (Ausland 40 Pf.) vom Verlag B. G. Teubner, Leipzig, Poststr. 3